

1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 I

- 1.0** Gegeben sind die beiden Funktionen ($G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$)
 $f_1 : y = \log_2(x-1) - 4$
 $f_2 : y = -\log_2(x+1) - 1$
- 1.1** Geben Sie die Definitions- und Wertemenge der Funktion f_2 sowie die Gleichung der Asymptote an.
- 1.2** Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion f_2 (gerundet auf 2 Kommastellen).
- 1.3** Berechnen Sie den Schnittpunkt S der Graphen zu f_1 und f_2 .
- 1.4** Tabellarisieren Sie f_1 für $x \in \{1,2; 1,5; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ sowie f_2 für $x \in \{-0,9; -0,5; 0; 1; 2; 3; 5; 7; 8\}$ jeweils auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
 Zeichnen Sie anschließend die beiden Graphen in ein Koordinatensystem.
 Platzbedarf: $-2 \leq x \leq 8$; $-8 \leq y \leq 4$; 1LE = 1 cm
- 1.5** Die Punkte $T_n(x \mid -\log_2(x+1) - 1)$ für $x > 3$ liegen auf dem Graphen zu f_2 und die Punkte $U_n(x \mid \log_2(x-1) - 4)$ für $x > 3$ liegen auf dem Graphen zu f_1 . Dabei sind die x-Werte (Abszissen) der Punkte U_n und T_n stets gleich. Zusammen mit dem Punkt $S(3 \mid -3)$ bilden Sie Dreiecke ST_nU_n .
 Zeichnen Sie für $x = 7$ das Dreieck ST_1U_1 in das Koordinatensystem zu 1.4 ein.
- 1.6** Stellen Sie eine Gleichung für die Fläche $A(x)$ der Dreiecke ST_nU_n in Abhängigkeit von x der Punkte T_n auf; dabei gilt $x > 3$.
 Ergebnis: $A(x) = [\log_2(x^2 - 1) - 3] \cdot \left(\frac{x}{2} - 1,5\right) \text{ FE}$
- 1.7** Berechnen Sie den Inhalt der Dreiecksfläche für $x = 7$.
- 2.** Der Graph der Funktion $f : y = 2,4 \cdot 3^{x-5} + 2$ wird durch eine Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion $g : y = 2,4 \cdot 3^{x+2} - 4$ abgebildet. Geben Sie a und b an.
- 3.** Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Exponentialgleichung (auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet).
 $68 + 5^{x-1} = 5^{x+1} + 20$

1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 I

- 4.0** Legt man ein Kapital (Geldbetrag) über mehrere Jahre bei einer Bank an und werden die jährlich anfallenden Zinsen dem Kapital zugeschlagen und im nächsten Jahr mit verzinst, so spricht man von Zinseszinsen.

Wird das Anfangskapital (das zunächst bei der Bank eingezahlt wird) mit K_0 und der Zinssatz mit p bezeichnet, so gilt für das angesparte Kapital nach n Jahren:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad \text{Einheiten: } \begin{array}{|l} K_n; K_0 \text{ in } \text{€} \\ p; 100 \text{ in } \% \end{array}$$

- 4.1** Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem für $K_0 = 4000$ und $p = 2,5$ den Graphen der Funktion mit der Gleichung:

$$K_n = 4000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^n \quad \text{mit } G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R} .$$

Erstellen Sie eine Wertetabelle für $n \in [0; 20]$ in Schritten von $\Delta n = 2$ (gerundet auf ganze Zahlen).

Für die Zeichnung: Abszisse (n – Achse): 1 cm für 2 Jahre $0 \leq n \leq 20$
 Ordinate (K – Achse): 1 cm für 1000 € $0 \leq K \leq 10.000$

- 4.2** Bestimmen Sie durch Rechnung (auf 1 Stelle nach dem Komma gerundet), nach wie vielen Jahren für $K_0 = 4000$ € und $p = 2,5\%$ das Anfangskapital um 30% angewachsen ist.
- 4.3** Berechnen Sie den Zinssatz p (auf 1 Stelle nach dem Komma gerundet), bei dem sich ein Kapital nach 25 Jahren verdreifachen würde.
- 4.4** Zu Beginn des Jahres 2010 wurden jeweils auf ein Sparbuch 5000 € zu 3,6% und 6000 € zu 2,9% mit Zinseszinsen angelegt. In welchem Jahr sind die Sparguthaben gleich hoch?