Gymnasium

2. Stegreifaufgabe Mathematik

Klasse 11

- Lösungen -

1. **a)** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1^x}{-x^3}=\frac{1}{\lim\limits_{x\to\infty}(-x^3)}=0$

b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(1+x^3)\cdot(2x+1)}{(3x-1)\cdot(1-x^3)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x+1+2x^4+x^3}{3x-3x^4-1+x^3}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4\left(2+\frac{1}{x^1}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}\right)}{x^4\left(-3+\frac{1}{x}+\frac{3}{x^3}-\frac{1}{x^4}\right)}=-\frac{2}{3}$

2. $f(x)=\frac{2\sin x-3x}{x+1}=\frac{2\sin x}{x+1}-\frac{3x}{x+1}=\frac{2\sin x}{x+1}-\left(3-\frac{3}{x+1}\right)$

$$h(x)=\frac{2\sin x-3x}{x}=\frac{2\sin x}{x}-3$$
$$g(x)=\frac{2\sin x}{x+1}-3+\frac{3}{x+2}$$

$$g(x)\le f(x)\le h(x)$$

$$\lim_{x\to\infty}g(x)\le\lim_{x\to\infty}f(x)\le\lim_{x\to\infty}h(x)$$
$$\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\sin x}{x+1}-3+\frac{3}{x+2}\right)\le\lim_{x\to\infty}f(x)\le\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\sin x}{x}-3\right)$$
$$\Rightarrow 0-3+0\le\lim_{x\to\infty}f(x)\le 0-3$$
$$\Rightarrow\lim_{x\to\infty}f(x)=-3$$

3. Gegeben ist: $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=a,\ a\in\mathbb{R}$

a) $b=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2a+1}{f(x)}=\frac{2a+1}{\lim\limits_{x\to\infty}f(x)}=\frac{2a+1}{a}$ für $a\neq 0$ ist auch der Grenzwert b existent

b) $c=\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\cdot\cos x\right)$**;** c ist ein Grenzwert

für $x\to\infty$ ist $c=a\cdot d$, mit $d\in[-1;1]$, d.h. a muß Null sein,
damit c einen festen Wert (ebenfalls Null) annehmen kann.
Für $a\neq 0$ kann kein Grenzwert c existieren.

