

### 3. Mathematikstegreiferaufgabe

Klasse 11

## - Lösungen -

Es soll folgende Funktion diskutiert werden:

$$f : x \mapsto f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + 2$$

Lösungen:

- a) Die Funktion  $f$  ist eine ganzrationale Funktion, also ist  $ID_f = \mathbb{R}$ .
- b) Eine Symmetrieeigenschaft von  $G_f$  ist nicht vorhanden, da gerade und ungerade Exponenten auftreten.
- c)  $f(x) \rightarrow +\infty$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
- d)  $f'(x) = x^3 - 4x^2 + 4x = x(x-2)^2$   
 $f'(x) = 0$  für  $x = 0$  und  $x = 2$
- e)  $f''(x) = 3x^2 - 8x + 4$   
 $f''(x) = 0$  für  $x = \frac{2}{3}$  und  $x = 2$
- f)  $f'(x) < 0$  für  $x < 0$ . Also fällt  $G_f$  streng monoton in  $] -\infty; 0]$ .  
 $f'(x) > 0$  für  $0 < x < 2$  und  $2 < x < \infty$ . Also steigt  $G_f$  streng monoton in  $[0; \infty[$ .

Absolutes Minimum für  $x = 0$ , da  $f'(0) = 0$  und  $G_f$  links von 0 streng monoton fallend, rechts streng monoton steigend (oder:  $f''(0) = +4 > 0$ ).

Kein Extremwert für  $x = 2$ , da  $G_f$  links und rechts von 2 streng monoton steigt.

( $|f'(x)| \rightarrow \infty$  für  $x \rightarrow \pm\infty$ :  $G_f$  wird nach beiden Seiten für große  $|x|$  immer steiler.)

- g)  $f''(x) > 0$  für  $x < \frac{2}{3}$ ; Linkskrümmung in  $] -\infty; \frac{2}{3}]$   
 $f''(x) < 0$  für  $\frac{2}{3} < x < 2$ ; Rechtskrümmung in  $[\frac{2}{3}; 2]$   
 $f''(x) > 0$  für  $x > 2$ ; Linkskrümmung in  $[2; \infty[$
- Wendepunkt für  $x = \frac{2}{3}$ , da  $f''(\frac{2}{3}) = 0$  und Wechsel des Krümmungsverhaltens.
- Wendepunkt für  $x = 2$ , da  $f''(2) = 0$  und Wechsel des Krümmungsverhaltens.

# - Lösungen -

h)

