1. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 11

- Lösungen -

1. geg.:

$$f(x) = -\frac{1}{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x^4}$$

$$h(x) = x^2 - 2x = x(x-2) = (x-1)^2 - 1$$

a) Die maximale Definitionsmenge ist hier jeweils die Grundmenge, jedoch darf der Nenner eines Bruches nicht Null werden.

$$D_{f\,max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$D_{g\,max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$\underline{\underline{D_{h\,max} = \mathbb{R}}}$$

Symmetrie von f(x):

Punktsymmetrie zum Ursprung zu erwarten, weil der Exponent von x ungerade ist (Der Exponent von x ist -1)

Nachweis: $f(-x) = -f(x)$

$$-\frac{1}{-x} = -\left(-\frac{1}{x}\right)$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{x} = \frac{1}{x} \quad (w)}}$$

Achsensymmetrie zur y-Achse:

$$f(-x) = f(x)$$

$$-\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} = -\frac{1}{x} \quad (f)$$

$\Rightarrow$ f(x) ist nicht symmetrisch zur y-Achse

Symmetrie von g(x):

Achsensymmetrie zur y-Achse zu erwarten, weil der Exponent von x gerade ist (Der Exponent von x ist -4)

Nachweis: $g(-x) = g(x)$

$$\frac{1}{(-x)^4} = \frac{1}{x^4}$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^4} \quad (w)}}$$

Punktsymmetrie zum Ursprung:

$$g(-x) = -g(x)$$

$$\frac{1}{(-x)^4} = -\frac{1}{x^4}$$

$$\frac{1}{x^4} = -\frac{1}{x^4} \quad (f)$$

$\Rightarrow$ g(x) ist nicht punktsymmetrisch zum Ursprung

Symmetrie von h(x):
Der Graph ist eine nach oben geöffnete Normalparabel, mit dem Scheitel S(1/-1).
Somit ist h(x) achsensymmetrisch zur Geraden $x = 1$.

b) S heißt **obere Schranke** einer Funktion f(x), wenn für alle f(x) mit $x \in D_f$ gilt:

$$f(x) \leq S$$

Die kleinste obere Schranke von f(x) heißt **Supremum** $\sup\left(f(x)\right)$

S heißt **untere Schranke** einer Funktion f(x), wenn für alle f(x) mit $x \in D_f$ gilt:

$$f(x) \geq s$$

Die größte untere Schranke von f(x) heißt **Infimum** $\inf\left(f(x)\right)$

f heißt beschränkt, wenn f nach oben bzw. unten beschränkt ist.

$$f(x) = -\frac{1}{x} \text{ für } D_f = \mathbb{R}^- \qquad \lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} -\frac{1}{x} = 0$$

f ist in $D_f = \mathbb{R}^-$ nach unten beschränkt. Infimum: s = 0, denn $f(x) = -\frac{1}{x} > 0$

f ist in $D_f = \mathbb{R}^-$ nach oben nicht beschränkt.

nicht in der Aufgabenstellung enthalten:

f ist in $D_f = \mathbb{R}^+$ nach oben beschränkt. Supremum: S = 0, denn $f(x) = -\frac{1}{x} < 0$

f ist in $D_f = \mathbb{R}^+$ nach unten nicht beschränkt.