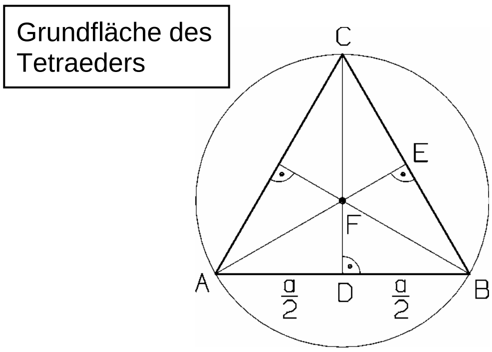
Raumgeometrie - gerade Pyramide (Tetraeder)

1.0 Eine dreiseitige Pyramide bei der alle Kanten gleich lang sind (die von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird) wird als Tetraeder bezeichnet.
Die Spitze S des Tetraeders liegt senkrecht über dem Mittelpunkt F der Grundfläche.
Der Mittelpunkt F ist der Schnittpunkt der Schwerelinien (Schwerpunkt) des gleichseitigen Grundflächendreiecks und zugleich auch Mittelpunkt des Umkreises (und Inkreises) des Grundflächendreiecks.



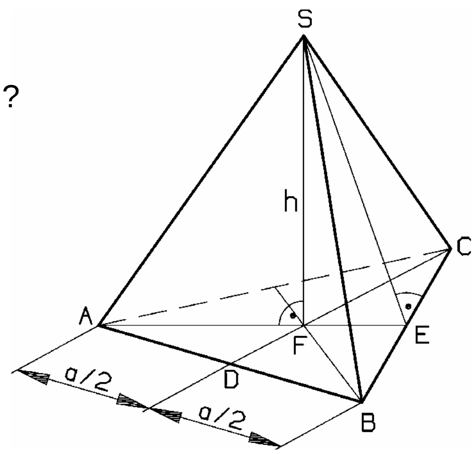
1.1 Berechne die Länge der Strecke [AF] in Abhängigkeit von der Kantenlänge a.

1.2 Wie groß ist die Tetraederhöhe in Abhängigkeit von a ?

1.3 Stelle eine Gleichung für das Volumen in Abhängigkeit von a auf.

1.4 Bestimme die Oberfläche des Tetraeders in Abhängigkeit von a.

1.5 Dem Tetraeder wird eine Kugel umbeschrieben und eine Kugel einbeschrieben.
Gib das Verhältnis der Volumina beider Kugeln an ($V_{umbeschrieben} : V_{einbeschrieben}$)



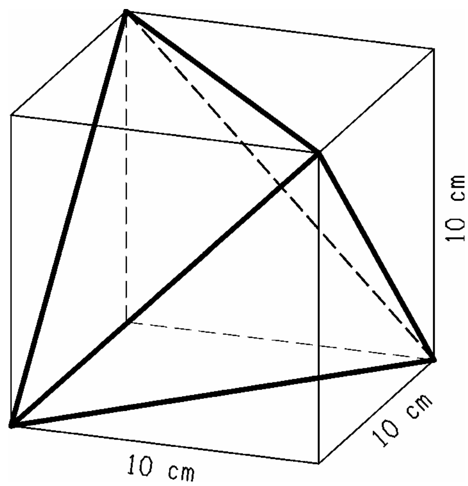
2.0 In einem Würfel mit 10 cm Kantenlänge sind die 6 Diagonalen der Seitenflächen die Seitenkanten eines Tetraeders.

2.1 Berechne das Volumen des Tetraeders.

2.2 Berechne die Oberfläche des Tetraeders.

2.3 Ermittle den Neigungswinkel φ den eine Seiten**fläche** gegen die Grundfläche aufweist.

2.4 Wie groß ist der Neigungswinkel ε einer Seiten**kante** gegen die Grundfläche ?



3. Eine Tetrapak©-Verpackung soll ein Flüssigkeitsvolumen von 480 cm^3 haben.
Wie groß ist die Oberfläche der tetraederförmigen Verpackung ?

Raumgeometrie - gerade Pyramide (Tetraeder)

4.0 Gegeben ist das Tetraeder ABCD mit der Kantenlänge 10cm.
Auf der Kante [BD] befindet sich der Punkt P, auf der Kante [CD] der Punkt Q.
Weiterhin gilt PQ II BC. Die Länge der Strecke [PB] wird mit x bezeichnet.

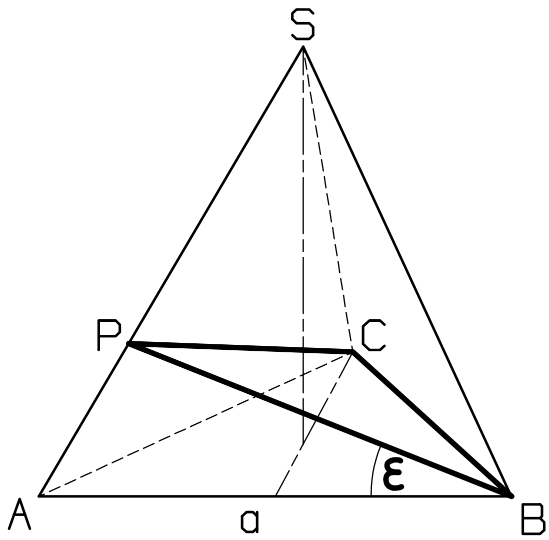
4.1 Zeichne ein Schrägbild des Tetraeders mit $\omega = 60°$, $q = 0{,}5$ und AB als Rißachse.

4.2 Berechne die Länge der Strecke [AP] in Abhängigkeit von x.

4.3 Berechne die Länge der Strecke [PQ] in Abhängigkeit von x.

4.4 Berechne den Winkel PAQ für x = 4cm.

5.0 Gegeben ist ein Tetraeder mit der Kantenlänge a. Das Tetraeder wird von einer Ebene geschnitten, die die Kante [BC] enthält (siehe Zeichnung).



5.1 Berechne den Umfang der Schnittfigur in Abhängigkeit von der Kantenlänge a und dem Maß des Winkels ε. $\left(\varepsilon = \sphericalangle PBA;\ P \in [AS]\right)$

(Ergebnis: $u = a + \dfrac{2a\sqrt{3}}{\sin\varepsilon + \sqrt{3}\cdot\cos\varepsilon}$)

5.2 Ermittle den minimalen Umfang u.

Raumgeometrie - gerade Pyramide (Tetraeder)

6.0 Gegeben ist ein Tetraeder ABCD mit der Kantenlänge a = 8 cm.
Die Dreiecke ABP_n mit $P_n \in [CD]$ schließen mit der Grundfläche ABC Neigungswinkel mit den Maßen ε_n ein.

6.1 Zeichne ein Schrägbild des Tetraeders und trage ein beliebiges Dreieck ABP_1 ein.
Für die Zeichnung: $\omega = 60°$, q = 0,5, AC ist Rißachse

6.2 Berechne das Maß ε_2 des Winkels, für den der zugehörige Flächeninhalt des ΔABP ein Minimum wird. Wie groß ist dieser Flächeninhalt ?

6.3 Das Dreieck ABP_3 hat den Flächeninhalt 24 cm^2. Berechne den zugehörigen Winkel ε_3 .

6.4 Bestimme den Umfang des Dreiecks ABP_4 , wenn die Länge $\overline{P_4C}$ = 3 cm.

6.5 Warum hat von allen Dreiecken ABP das Dreieck ABP_5 mit $\overline{P_5C}$ = 4 cm den kleinsten Umfang ? Für diesen Fall wird der Winkel BPA ein Maximum.
Berechne $\sphericalangle BP_5A$!

7.0 Gegeben ist ein Tetraeder mit der Grundfläche ABC und der Spitze S.

7.1 Zeichne ein Schrägbild des Tetraeder mit der Kantenlänge 9 cm, q = 0,5 und $\omega = 60°$.

7.2 Der Winkel zwischen Grundfläche und Seitenfläche sei δ. Der Winkel zwischen Grundfläche und Seitenkante sei φ. Berechne die Maße von δ und φ .

7.3 Die Dreiecke ABP_n mit $P_n \in [CS]$ schließen mit der Grundfläche ABC Neigungswinkel mit den Maßen ε_n ein. Die Kantenlänge a des Tetraeders beträgt 9 cm.
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABP_1 für $\varepsilon_1 = 50°$.
Für welchen Wert von ε_2 wird der Flächeninhalt des Dreiecks ABP_2 minimal ?
Berechne ε_3 , wenn $[P_3C]$ = 5 cm ist.

