

Trigonometrie - Flächeninhalt von Dreiecken bestimmen

Klasse 10 I

1. Berechne jeweils den Flächeninhalt des Dreiecks ABC:
 - a) $a = 2,5 \text{ cm}$ $b = 6,9 \text{ cm}$ $\gamma = 32^\circ$
 - b) $b = 3,40 \text{ m}$ $c = 9,23 \text{ m}$ $\alpha = 58,7^\circ$
 - c) $a = 55 \text{ mm}$ $c = 29 \text{ mm}$ $\beta = 123,8^\circ$

2. In einem Park wird ein dreieckiges Rasenstück neu angesät. Zwei Seiten sind 2,5 m bzw. 6 m lang, der dazwischen liegende Winkel misst 50° .
Wieviel Grassamen benötigt man, wenn pro Quadratmeter 40 g Grassamen gesät werden ?

3. Zeige mit Hilfe einer Flächenformel, dass für den Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge a gilt: $A_{\Delta} = \frac{1}{4}a^2\sqrt{3}$.

4. Berechne den Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks ABC, in dem $a = b = 3,4 \text{ cm}$ und $\alpha = 44^\circ$ gegeben sind.

5. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, in dem $b = c = 12,3 \text{ cm}$ und $\beta = 72^\circ$ gegeben sind.

6. Zeige allgemein: der Flächeninhalt eines gleichschenkligen Dreiecks ABC mit der Basis [AB] lässt sich berechnen mit: $A_{\Delta} = \frac{1}{2}a^2 \sin \gamma = \frac{1}{2}a^2 \sin 2\alpha$.

7. Im Dreieck ABC sind gegeben: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $\beta = 40^\circ$.
Bestimme zunächst die weiteren benötigten Stücke und berechne dann den Flächeninhalt des Dreiecks nach den in Aufgabe 3 und 6 hergeleiteten Formeln.

8. Um wieviel Quadratmeter ändert sich eine Grundstücksfläche von der Form eines gleichseitigen Dreiecks (Seitenlänge 25 m), wenn eine Seite um 5 m verlängert, die andere – unter Beibehaltung des von den veränderten Seiten eingeschlossenen Winkels – um 5 m verkürzt wird ?

- 9.0 Die Punkte $A(6/\varphi)$ und $B(2/180^\circ - \varphi)$ mit $\varphi \in]0^\circ; 180^\circ[$ bilden zusammen mit dem Koordinatenursprung O Dreiecke OAB.
- 9.1 Zeichne die Dreiecke OA_1B_1 für $\varphi_1 = 20^\circ$ und OA_2B_2 für $\varphi_2 = 60^\circ$ in ein Koordinatensystem.
- 9.2 Stelle den Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Dreiecke OAB in Abhängigkeit von φ dar.
[Ergebnis: $A_{(\varphi)} = 6 \cdot \sin 2\varphi$ FE]
- 9.3 Berechne mit Hilfe des Ergebnisses in 9.2 den Flächeninhalt des Dreiecks OAB für $\varphi = 75^\circ$. Ermittle die kartesischen Koordinaten der Punkte A und B und den Flächeninhalt des Dreiecks OAB.
- 9.4 Für welches Winkelmaß φ gilt $A = 4,5$ FE ?

Trigonometrie - Flächeninhalt von Dreiecken bestimmen

Klasse 10 I

- 9.5** Zeige mit Hilfe des Ergebnisses in Aufgabe 9.2, dass es kein Dreieck OAB mit mehr als 6 FE Inhalt gibt.
- 9.6** Begründe algebraisch und geometrisch, dass das flächengrößte Dreieck OAB rechtwinklig ist.
- 10.0** Die Punkte $A(1/\varphi)$ und $B(1/90^\circ - \varphi)$ beschreiben zusammen mit dem Koordinatenursprung O gleichschenklige Dreiecke OAB.
- 10.1** Zeichne die Dreiecke OA_1B_1 mit $\varphi_1 = 20^\circ$ und OA_2B_2 mit $\varphi_2 = 35^\circ$ in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 5 cm).
Berechne die kartesischen Koordinaten der Eckpunkte A_1, A_2, B_1, B_2 .
- 10.2** Begründe, dass man jeweils die kartesischen Koordinaten des Punktes B erhält, wenn man die kartesischen Koordinaten des Punktes A vertauscht.
- 10.3** Berechne die kartesischen Koordinaten der Eckpunkte A und B, so dass das Dreieck OAB gleichseitig ist.
- 10.4** Gib den Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Dreiecke OAB in Abhängigkeit von φ an.
[Ergebnis: $A(\varphi) = (\cos^2 \varphi - 0,5)$ FE]
- 10.5** Für welches Winkelmaß φ gilt $A = 0,25$ FE ?
- 10.6** Zeige, dass der Flächeninhalt der Dreiecke OAB innerhalb $D(\varphi)$ nicht größer als 0,5 FE wird. Für welches Winkelmaß φ^* gilt $A(\varphi^*) = 0,5$ FE ?