

**Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz**

Klasse 10

Erstelle zu jeder der folgenden Aufgaben zuerst eine maßstäbliche Zeichnung.

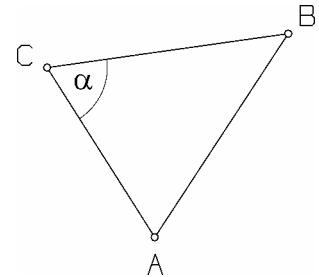
- Berechne die Länge der nicht gegebenen Dreiecksseite im Dreieck ABC:
  - $b = 6,7 \text{ cm}$      $c = 5,9 \text{ cm}$      $\alpha = 63,5^\circ$
  - $b = 2,6 \text{ cm}$      $c = 3,5 \text{ cm}$      $\alpha = 147,5^\circ$
  - $a = 4,6 \text{ cm}$      $b = 7,0 \text{ cm}$      $\gamma = 123^\circ$
  - $a = 9,5 \text{ cm}$      $c = 6,4 \text{ cm}$      $\beta = 33^\circ$
- Berechne die fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße sowie den Umkreisdurchmesser  $d$  und die Dreiecksfläche folgender Dreiecke ABC:
  - $b = 6,2 \text{ cm}$ ;  $c = 5,5 \text{ cm}$ ;  $\beta = 42,4^\circ$
  - $a = 7,5 \text{ cm}$ ;  $c = 4,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 62^\circ 20'$
  - $b = 41,2 \text{ m}$ ;  $c = 96,4 \text{ m}$ ;  $\gamma = 112^\circ 15'$
  - $c = 14,5 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 30^\circ 45'$ ;  $\beta = 87^\circ 50'$
  - $a = 35,7 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 44,6^\circ$ ;  $\gamma = 105,8^\circ$
  - $b = 17,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 122,4^\circ$ ;  $\beta = 34^\circ 25'$
  - $a = 40,5 \text{ cm}$ ;  $b = 64,6 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 30^\circ 50'$
  - $b = 8,4 \text{ cm}$ ;  $c = 24,3 \text{ cm}$ ;  $\beta = 57,4^\circ$
  - $a = b = 14,2 \text{ cm}$ ;  $\beta = 52,8^\circ$
  - $a = 27,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 72^\circ 14'$ ;  $\gamma = 35^\circ 32'$
  - $d = 22,2 \text{ cm}$ ;  $a = 12,6 \text{ cm}$ ;  $c = 8,5 \text{ cm}$
  - $d = 14,7 \text{ cm}$ ;  $b = 9,4 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 56^\circ 24'$
- Berechne die fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße der Dreiecke ABC:
  - $b = 14 \text{ cm}$ ;  $c = 18 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 36,4^\circ$
  - $a = 6,5 \text{ cm}$ ;  $c = 13,4 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 112,5^\circ$
  - $a = 17,5 \text{ cm}$ ;  $b = 39,3 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 64,3^\circ$
  - $a = 22,5 \text{ cm}$ ;  $b = 43,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 152,4^\circ$
  - $a = 78,2 \text{ cm}$ ;  $b = 21,8 \text{ cm}$ ;  $\beta = 38^\circ 50'$
  - $a = 21,5 \text{ cm}$ ;  $b = 28,5 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 35^\circ$
  - $b = 22 \text{ cm}$ ;  $c = 22 \text{ cm}$ ;  $\beta = 154,5^\circ$
  - $a = 42 \text{ cm}$ ;  $c = 105 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 62,2^\circ$
  - $a = c = 14,5 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 90^\circ$
  - $b = c = 14,4 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 124,5^\circ$
  - $a = 25,6 \text{ cm}$ ;  $b = 40,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 28^\circ 15'$
  - $a = 18,7 \text{ cm}$ ;  $c = 24,8 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 90^\circ$
  - $a = 2,5b$ ;  $c = 18 \text{ cm}$ ;  $\alpha = 73,5^\circ$
  - $a = b = 13,5 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 72,4^\circ$
- Durch einen Berg wird ein Tunnel gebaut. Von einem bestimmten Ort aus sieht man die Stellen des Tunneleingangs und -ausgangs. Vom Standpunkt bis zum einen Ende des Tunnels sind es 2,7 km, bis zum anderen Ende 3,5 km. Das Maß des Winkels zwischen den beiden gemessenen Strecken beträgt  $28^\circ$ .  
Wie lang ist der Tunnel ? (Der Tunnel wird als geradlinig angenommen.)
- Ein Schiff wird mit der Eigengeschwindigkeit  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  nach Norden gesteuert. Eine Strömung der Geschwindigkeit  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  in Richtung NO drängt das Schiff vom Steuerkurs ab. Bestimme die tatsächliche Geschwindigkeit des Schiffes.
- Zwei Kräfte von 168 N und 232 N greifen am gleichen Angriffspunkt an und bilden miteinander einen Winkel von  $113^\circ$ . Berechne die Ersatzkraft.
- Berechne die Maße der Innenwinkel des Dreiecks ABC:
  - $a = 3,5 \text{ cm}$                        $b = 4,7 \text{ cm}$                        $c = 4,3 \text{ cm}$
  - $a = 6,35 \text{ m}$                        $b = 5,78 \text{ m}$                        $c = 10,50 \text{ m}$
  - $a = 86 \text{ mm}$                        $b = 50 \text{ mm}$                        $c = 61 \text{ mm}$

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

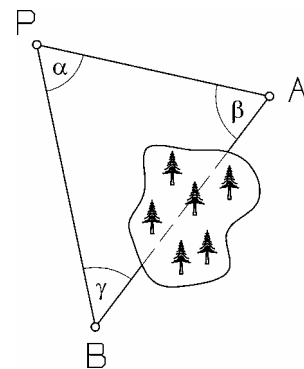
Klasse 10

8. Ein dreieckiges Grundstück hat die Seitenlängen 100m, 73 m und 121,5 m. Berechne die Maße der Winkel in den Grundstücksecken.
9. Eine dreieckige Verkehrsinsel hat die Seitenlängen 12,8 m, 6,3 m und 14,7 m. Wie groß sind die Winkel des Dreiecks ?
10. Von einem Dreieck ist bekannt, dass ein Winkel  $34,5^\circ$  und ein anderer  $52,2^\circ$  misst. Dem Winkel von  $34,5^\circ$  liegt eine 10,8 cm lange Seite gegenüber. Wie lang ist die längste Dreiecksseite ?
11. Zwei Winkel eines Dreiecks messen  $72^\circ 15'$  und  $66^\circ 40'$ . Wie lang ist die kürzeste Dreiecksseite, wenn die dem Winkel von  $72^\circ 15'$  gegenüberliegende Seite 28,5 cm lang ist ?

12. Die Länge der Strecke  $[AB]$  kann nicht direkt gemessen werden. Berechne die Streckenlänge  $\overline{AB}$ , wenn folgende Messdaten vorliegen:  
 $\overline{AC} = 1,8 \text{ km}$  ;  $\overline{CB} = 1,6 \text{ km}$  und  $\alpha = 32,4^\circ$



- 13.0 Zwischen den Orten A und B soll ein Kabel geradlinig verlegt werden. Zwischen A und B besteht durch einen Wald keine Sichtverbindung, wohl aber von einem Punkt P aus. A und B werden von P aus anvisiert, wobei ein Winkel mit dem Maß  $43^\circ$  festgestellt wird. Ferner liegen folgende Messdaten vor:  
 $\overline{PA} = 2,365 \text{ km}$  und  $\overline{PB} = 3,876 \text{ km}$ .



- 13.1 Berechne die Länge des Kabels !
- 13.2 Bestimme die Winkelmaße  $\beta$  und  $\gamma$  !

- 14.0 Drei Ortschaften liegen am Rand eines Naherholungsgebietes. Von den drei vermessenen Punkten A, B und C aus sollen drei geradlinig verlaufende Straßen zu einem Parkplatz P gebaut werden, der von den Orten A, B und C jeweils gleich weit entfernt sein soll.

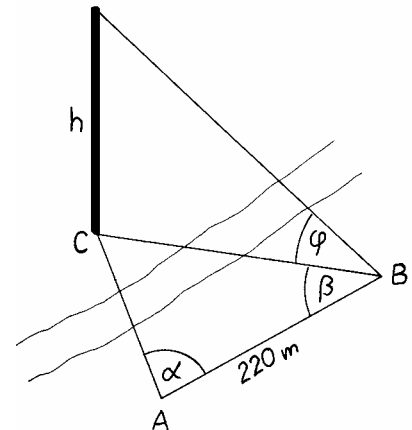
Die Messung ergab:  $\overline{AB} = 11,500 \text{ km}$  ;  $\overline{AC} = 12,400 \text{ km}$  ;  $\overline{BC} = 9,900 \text{ km}$

- 14.1 Berechne das Maß des Winkels  $\sphericalangle CBA$  !
- 14.2 Wie weit ist der Parkplatz von jedem der drei Orte entfernt ?

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

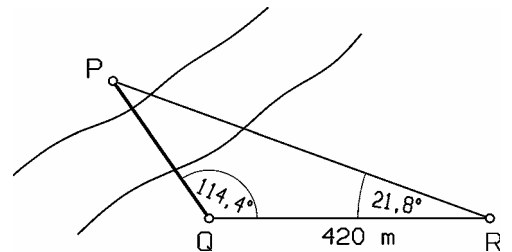
Klasse 10

15. Über einen Fluss hinweg soll die Höhe eines Fabrikschlotes ermittelt werden. Dazu wird in gleicher Höhe mit dem Fußpunkt C des Schlotes eine 220 m lange Standlinie [AB] abgesteckt. Die Messung des Winkels  $\alpha$ , den [AB] und [AC] einschließen, und des Winkels  $\beta$ , den [BC] und [AB] einschließen, ergibt  $\alpha = 44,5^\circ$  und  $\beta = 56,2^\circ$ . Als Erhebungswinkel von B aus zur Spitze des Fabrikschlotes erhält man  $\varphi = 34,8^\circ$ .



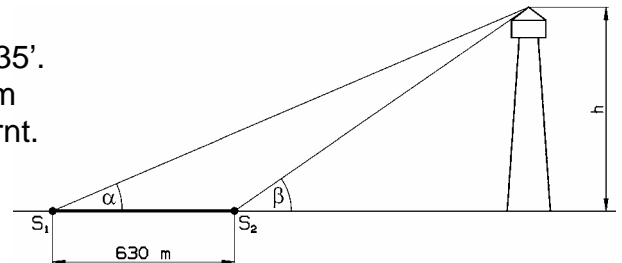
Wie hoch ist der Schlot ?

16. Um die Entfernung zweier auf verschiedenen Seiten eines Flusses liegender Punkte P und Q berechnen zu können steckt man eine Standlinie [QR] auf einer Seite des Flusses ab, visiert den Punkt P von Q und R aus an und misst die Winkel, die die Visierlinien mit [QR] bilden.



Berechne mit den angegebenen Messwerten die Länge  $\overline{PQ}$ .

- 17.0 Von einem Schiff  $S_1$  aus sieht man die Spitze eines Leuchtturms unter einem Erhebungswinkel von  $\alpha = 4^\circ 6'$  und von einem Schiff  $S_2$  aus unter einem Erhebungswinkel von  $\beta = 14^\circ 35'$ . Beide Schiffe befinden sich genau westlich vom Leuchtturm und sind 630 m voneinander entfernt.



- 17.1 Zeige, dass für die Höhe h des Leuchtturms 
$$h = \overline{S_1 S_2} \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$
 gilt, und berechne h.

- 17.2 Wie weit sind die Schiffe  $S_1$  und  $S_2$  vom Leuchtturm entfernt ?

18. Ein Flugzeug wird von zwei 40 km voneinander entfernten Beobachtungsstationen  $B_1$  und  $B_2$  unter einem Erhebungswinkel von  $22,7^\circ$  bzw.  $48,5^\circ$  angepeilt, als es gerade senkrecht über der Verbindungslinie von  $B_1$  und  $B_2$  fliegt.

Welche Flughöhe hat das Flugzeug ?

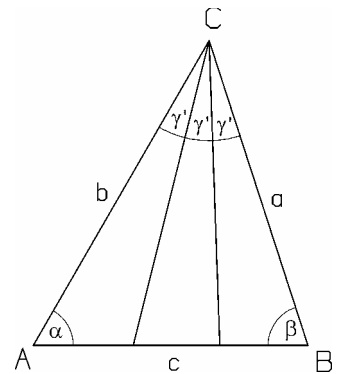
19. Von einem Dreieck ABC sind  $b = 8,4$  cm,  $\gamma = 65^\circ$  und  $\alpha : \beta = 2 : 3$  gegeben. Berechne die fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße des Dreiecks sowie die Länge der Winkelhalbierenden  $w_\beta$  und den Abstand des Schnittpunktes P der Mittelsenkrechten zu [AB] mit der Winkelhalbierenden  $w_\beta$  von den Seiten a, b und c.

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

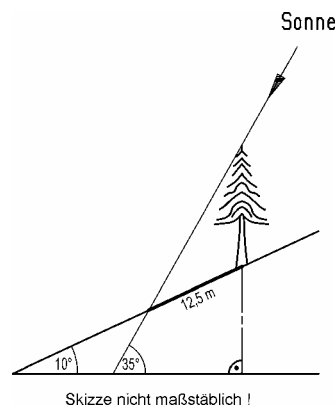
20. In einem Dreieck mit  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\beta = 72^\circ$  und  $b = 16,4$  cm soll die kürzeste Seite so in drei Teile geteilt werden, dass die Verbindungslinien der Teilpunkte mit dem gegenüberliegenden Dreieckseckpunkt den der kürzesten Seite gegenüberliegenden Winkel in drei maßgleiche Teile teilen.

Berechne die Seitenlängen und die Flächeninhalte der Teildreiecke.



21. Ein Baum steht auf einem Hang, der um  $10^\circ$  gegenüber der Waagrechten geneigt ist. Zu einem Zeitpunkt, zu dem der Schatten des Baumes genau in der Falllinie verläuft, wird die Schattenlänge mit 12,50 m und die Sonnenhöhe mit  $35^\circ$  gemessen.

Wie hoch ist der Baum ?



22. Durch einen Berg soll ein Tunnel getrieben werden. Die beiden Tunnelleinfahrten A und B liegen in gleicher Höhe, ihre geradlinige Verbindung ist 14,264 km lang. Der Vortrieb erfolgt von A und B aus gleichzeitig und gleich schnell. Von A aus steigt die Tunnelröhre um  $3,8^\circ$ , von B aus um  $6,8^\circ$  gegenüber der Verbindungslinie von A und B an.

Wo wird die Verbindung hergestellt ?

Wie hoch liegt der höchste Punkt der Tunnelröhre über der Verbindungslinie von A und B, und wie lang ist die Tunneldurchfahrt ?

23. Zur Ermittlung der Entfernung zweier unzugänglicher Punkte P und Q im Gelände wird auf der Verlängerung von [PQ] ein Messpunkt A festgelegt und von A aus eine 163 m lange Standlinie [AB] abgesteckt. Folgende Winkel werden gemessen:

$$\sphericalangle BAQ = 54^\circ 25'; \quad \sphericalangle PBA = 86^\circ 15'; \quad \sphericalangle QBA = 24^\circ 22'.$$

Berechne  $\overline{PQ}$  auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

- 24.0 Zwei Schiffe A und B sind 8,85 km voneinander entfernt. Das Schiff A fährt mit einer Geschwindigkeit von  $42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Seine Fahrtrichtung schließt mit der Verbindungsstrecke [AB] zum Zeitpunkt der Entfernungsmessung einen Winkel von  $75,5^\circ$  ein.

- 24.1 Welchen Winkel muss die Fahrtrichtung des Schiffes B bei einer Geschwindigkeit von  $56 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  mit [AB] einschließen, damit es mit dem Schiff A zusammentrifft ?

Wie lange fährt das Schiff B bis zum Treffpunkt ?

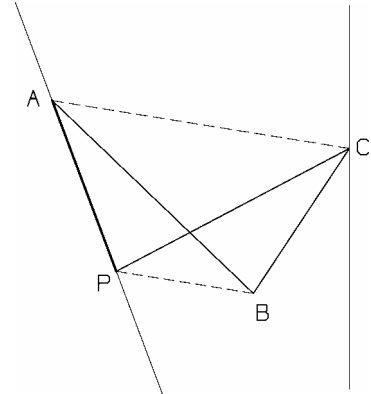
- 24.2 Mit welcher Geschwindigkeit müsste das Schiff B fahren, um mit dem Schiff A zusammenzutreffen, wenn seine Fahrtrichtung mit [AB] einen Winkel von  $60^\circ$  einschließt ?

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

- 24.3** Mit welcher kleinsten Geschwindigkeit kann das Schiff B das Schiff A noch erreichen ? Welchen Winkel muss in diesem Fall seine Fahrtrichtung mit [AB] einschließen ?

- 25.** Die Grenzlinie von A über B nach C zwischen zwei Grundstücken soll so begradigt werden, dass sich die Grundstücksgrößen nicht ändern. Damit die neue Grenzlinie [PC] gezogen werden kann, muss  $\overline{AP}$  berechnet werden. Folgende Messwerte sind bekannt:  
 $\overline{AB} = 356,4 \text{ m}$ ;  $\overline{BC} = 192,5 \text{ m}$ ;  
 $\sphericalangle ACB = 44^\circ 12'$ ;  $\sphericalangle PAB = 72^\circ 36'$ .



- 26.** Im Dreieck ABC gilt  $\beta = 45^\circ$ . M ist der Mittelpunkt der Seite b. Der Winkel BMC misst ebenfalls  $45^\circ$ . Berechne  $\alpha$  und  $\gamma$ .

Anleitung: Begründe, dass die Dreiecke ABC und MBC ähnlich sind und somit  $b = a\sqrt{2}$  gilt. Berechne anschließend  $\alpha$  mit Hilfe des Sinussatzes.

- 27.** Gegeben ist das Viereck ABCD mit den Seitenlängen  $\overline{AB} = 7,5 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 7 \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$  und  $\overline{DA} = 4 \text{ cm}$ . Die Diagonale [AC] halbiert den Innenwinkel  $\sphericalangle BAD$  !  
 Hinweis: Planfigur; spiegle  $\triangle ABC$  an AC. Betrachte Dreieck  $\triangle B'CD$ .  
 Berechne das Maß des Innenwinkels  $\sphericalangle ADC$  !

- 28.0** Gegeben sind zwei Kreise  $k_1(M_1(-2/2); 4,5)$  und  $k_2(M_2(4/3); 3,5)$ .

- 28.1** Berechne die Streckenlänge  $\overline{M_1M_2}$ , erstelle vorher eine Zeichnung !

- 28.2** Berechne den Umfang der den beiden Kreisen gemeinsamen linsenförmigen Fläche !

- 29.0** Von einem Ortsteil C aus verlaufen zwei geradlinige Kanalrohre zu den Punkten A und B des geradlinigen Hauptkanals.

Die Rohre haben folgende Längen:  $\overline{AC} = 3,4 \text{ km}$ ;  $\overline{BC} = 7,1 \text{ km}$  und  $\overline{AB} = 4,5 \text{ km}$ .

Von C aus soll ein weiteres geradliniges Kanalrohr verlegt werden, das den Hauptkanal genau in der Mitte zwischen A und B trifft:

- 29.1** Zeichne das Dreieck ABC und die Strecke [MC]. Für die Zeichnung gilt:  $1 \text{ km} \hat{=} 1 \text{ cm}$

- 29.2** Berechne die Länge des neuen Kanalrohrs !

- 29.3** Zeige durch Rechnung, dass der neue Anschluss der Länge  $\overline{MC}$  nicht auf einem alten Kanalrohr liegt, das früher längs der Winkelhalbierenden des Winkels  $\sphericalangle ACB$  verlegt wurde.

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

- 30.0** Gegeben ist ein Rechteck ABCD mit  $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$  cm und  $\overline{BC} = 4$  cm.  
Verlängert man die Diagonale [AC] gleichzeitig über A und C hinaus um x cm, so entstehen Punkte  $A_x$  und  $C_x$ . Die Vierecke  $A_xBC_xD$  sind dann Parallelogramme.
- 30.1** Erstelle eine Zeichnung für  $x = 2$
- 30.2** Berechne das Maß  $\alpha$  des Winkels  $\sphericalangle BAC$  !
- 30.3** Berechne das Maß  $\beta$  des Winkels  $\sphericalangle CAD$  !
- 30.4** Berechne die Streckenlänge  $\overline{A_xB} = a$  cm in Abhängigkeit von x !
- 30.5** Berechne die Streckenlänge  $\overline{A_xD} = b$  cm in Abhängigkeit von x !
- 30.6** Berechne das Maß  $\gamma$  des Innenwinkels  $\sphericalangle BA_xD$  der Parallelogramme  $A_xBC_xD$  in Abhängigkeit von x !
- 30.7** Berechne das Innenwinkelmaß  $\gamma$  im Intervall  $x \in [0; 6]$  in Schritten  $\Delta x = 0,5$  und zeichne ein x- $\gamma$ -Diagramm !
- 31.0** Gegeben ist ein Rechteck ABCD mit  $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$  cm und  $\overline{BC} = 4$  cm.  
Verkürzt man die Diagonale [AC] gleichzeitig von A und C aus um x cm, so entstehen Punkte  $A_x$  und  $C_x$ . Die Vierecke  $A_xBC_xD$  sind dann Parallelogramme.
- 31.1** Zeichne das Rechteck ABCD mit einem Parallelogramm  $A_xBC_xD$  für  $x = 1,5$  !
- 31.2** Berechne die Streckenlänge  $\overline{A_xB} = a$  cm und  $\overline{A_xD} = b$  cm in Abhängigkeit von x !
- 31.3** Berechne das Maß  $\alpha$  des Winkels  $\sphericalangle BA_xD$  in Abhängigkeit von x !
- 31.4** Lege eine Wertetabelle für x und  $\alpha$  an, und zeichne ein x- $\alpha$ -Diagramm !  $x \in [0; 4[$  in Schritten von  $\Delta x = 0,5$
- 31.5** Berechne den Flächeninhalt A der Parallelogramme  $A_xBC_xD$  in Abhängigkeit von x !
- 32.0** Zeichne ein Parallelogramm ABCD mit  $\overline{AB} = 6$  cm,  $\overline{BC} = 5$  cm und  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ .  
Trägt man auf den Parallelogrammseiten von den Ecken aus entgegen dem Uhrzeigersinn Strecken der Länge x cm ab, so entstehen neue Parallelogramme EFGH für  $x \in [0; 5]$ . Es gilt:  $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = x$  cm.  
Zeichne ein neues Parallelogramm EFGH für  $x = 2$  ein !
- 32.1** Berechne die Streckenlängen  $\overline{EF}$  und  $\overline{FG}$  in Abhängigkeit von x !  
Für welche Werte für x werden diese Streckenlängen minimal ?  
Gib die minimalen Streckenlängen an !
- 32.2** Der Winkel  $\sphericalangle BEF$  hat das Maß  $\alpha$ . Berechne  $\overline{EF}$  in Abhängigkeit von x und  $\alpha$  !  
Berechne  $\alpha$  für die minimale Länge von  $\overline{EF}$  !

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

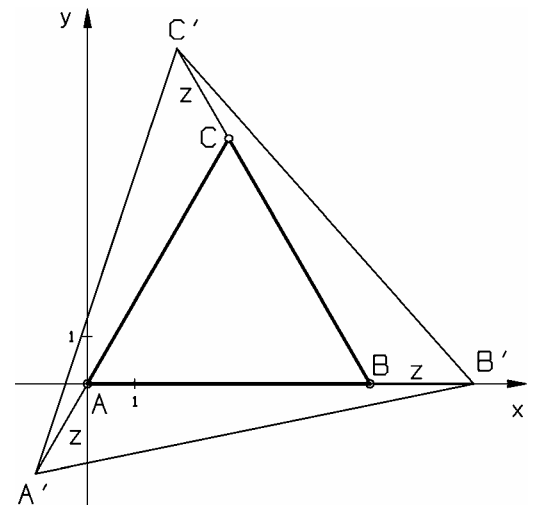
- 33.0** Zeichne ein Parallelogramm ABCD mit  $\overline{AB} = 3a$  cm und  $\overline{BC} = 2a$  cm für  $a = 2$  und  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ .  
Verlängert man die Parallelogrammseiten entgegen dem Uhrzeigersinn über die Eckpunkte hinaus um jeweils  $x$  cm, so entstehen neue Parallelogramme EFGH, wobei gilt:  $\overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG} = \overline{AH} = x$  cm.  
Zeichne für  $x = 3$  ein neues Parallelogramm EFGH ein !
- 33.1** Berechne die Streckenlängen  $\overline{HE}$  und  $\overline{EF}$  in Abhängigkeit von  $x$  und  $a$ .  
( $\overline{HE} = y$  cm ;  $\overline{EF} = z$  cm)
- 33.2** Berechne für  $x = 3,5$  das Maß der Winkel  $\sphericalangle AEH$  und  $\sphericalangle BFE$  bei  $a = 2$ .
- 34.0** Von einem Dreieck ABC sind bekannt:  
 $\overline{BC} = a$  ;  $\overline{AC} = 4a$  ;  $\sphericalangle CBA = 120^\circ$
- 34.1** Berechne die Seitenlänge  $\overline{AB} = c$  in Abhängigkeit von  $a$  !
- 34.2** Berechne das Maß der Innenwinkel  $\sphericalangle BAC$  und  $\sphericalangle ACB$  !
- 34.3** Lässt man das Dreieck ABC um die Gerade AC rotieren, so entsteht ein Doppelkegel. Berechne den Radius  $r$  des Doppelkegels in Abhängigkeit von  $a$  !
- 34.4** Berechne die Kegelhöhe  $h_1$  und  $h_2$  in Abhängigkeit von  $a$ , und bestimme sodann das Volumen  $V$  des Doppelkegels in Abhängigkeit von  $a$  !
- 35.0** Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit  $\overline{AB} = 2x$  cm,  $\overline{BC} = x$  cm und  $\sphericalangle BAD = \alpha$  mit  $\alpha \in ]0^\circ; 180^\circ[$ .
- 35.1** Zeichne für  $x = 4$  und  $\alpha = 60^\circ$  das Parallelogramm ABCD.  
(Platzbedarf: Ganze DIN A4 - Seite)
- 35.2** Zeichne über den Parallelogrammseiten nach außen Quadrate und bestimme deren Diagonalenschnittpunkte. Verbindet man diese Diagonalenschnittpunkte der Reihe nach, so entsteht wieder ein Quadrat  $M_1M_2M_3M_4$  mit  $\overline{M_1M_2} = y$  cm .
- 35.3** Berechne die Länge der Quadratseite  $[M_1M_2]$  in Abhängigkeit von  $x$  und  $\alpha$  !
- 35.4** Bestimme den Flächeninhalt der neuen Quadrate in Abhängigkeit von  $x$  und  $\alpha$  !
- 35.5** Tabellarisiere den Term  $A(x; \alpha)$  für  $x = 4$  in Schritten von  $\Delta\alpha = 10^\circ$  im Intervall  $]0^\circ; 180^\circ[$  !  
Zeichne ein  $\alpha$ -A-Diagramm und entnimm ihm das Winkelmaß  $\alpha^*$ , für das A maximal wird !
- 35.6** Bestätige den Extremwert algebraisch !

# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

- 36.0** Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit A(0/0) und B(6/0). Verlängert man die Dreiecksseiten entgegen dem Uhrzeigersinn über die Eckpunkte hinaus um z LE, so entstehen neue gleichseitige Dreiecke EFG, wobei gilt:  
 $\overline{BE} = \overline{CF} = \overline{AG} = z \text{ LE}$ .
- 36.1** Zeichne das Dreieck ABC und ein neues Dreieck EFG für  $z = 2,5$  in ein Koordinatensystem ein.  
 Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-4 \leq x \leq 9$ ;  $-4 \leq y \leq 10$
- 36.2** Gib die Koordinaten des Punktes C an !
- 36.3** Berechne die Koordinaten von G in Abhängigkeit von z !
- 36.4** Berechne die neue Dreiecksseitenlänge s in Abhängigkeit von z !
- 36.5** Das Lot von G auf die x-Achse ergibt den Lotfußpunkt  $G_0$ . Der Winkel  $\sphericalangle AEG$  hat das Maß  $\varphi$ . Berechne den Term  $\cos \varphi$  in Abhängigkeit von z !
- 36.6** Lege für z und  $\varphi$  eine Wertetabelle an mit  $z \in [0; 4]$  in Schritten  $\Delta z = 0,5$ , und zeichne sodann ein z- $\varphi$ -Diagramm !
- 36.7** Berechne im Dreieck  $EG_0G$  den Term  $\tan \varphi$  in Abhängigkeit von z !  
 Begründe, warum  $\varphi$  stets kleiner als  $45^\circ$  ist !

- 37.1** Zeichne das Dreieck ABC mit A(0/0), B(6/0) und  $C(3/3\sqrt{3})$  in ein Koordinatensystem, und begründe durch Rechnung, dass es sich um ein gleichseitiges Dreieck handelt.
- 37.2** Verlängert man die Seiten des Dreiecks ABC um jeweils z cm, so erhält man wieder ein gleichseitiges Dreieck A'B'C'. Begründe diese Behauptung.  
 Ermittle z sodann so, dass der Winkel  $B'A'A$  im Dreieck A'B'C'  $45^\circ$  misst, und berechne den Umfang, den Flächeninhalt und die Koordinaten der Eckpunkte dieses Dreiecks.



- 38.0** Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge a cm. Trägt man von den Ecken aus auf den Dreiecksseiten entgegen dem Uhrzeigersinn Strecken der Länge x cm ab, so entstehen neue gleichseitige Dreiecke DEF mit der Seitenlänge s cm.  
 $(\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = x \text{ cm mit } x \in ]0; a[)$
- 38.1** Zeichne für  $a = 6$  das Dreieck ABC und ein neues Dreieck DEF für  $x = 2$  !
- 38.2** Berechne die Seitenlänge s cm in Abhängigkeit von x und a !
- 38.3** Für welchen Wert für x wird s minimal ? Gib den minimalen Wert für s an !
- 38.4** Der Winkel  $\sphericalangle BDE$  hat das Maß  $\varphi$ . Berechne  $\varphi$  für den Fall aus 38.3 !



# Trigonometrie - Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10

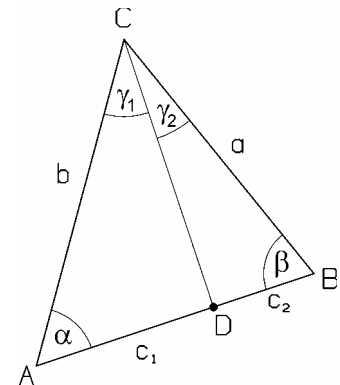
- 38.5** Berechne die Seitenlänge  $s$  cm in Abhängigkeit von  $a$  und  $\varphi$  ! Gib die Grenzen für  $\varphi$  an ! Berechne anschließend den Flächeninhalt der neuen gleichseitigen Dreiecke DEF in Abhängigkeit von  $a$  und  $\varphi$ !
- 38.6** Tabellarisiere den Term für den Flächeninhalt aus 38.5 im erlaubten Intervall in Schritten  $\Delta\varphi = 10^\circ$  für  $a = 6$  ! Zeichne ein  $\varphi$ -A-Diagramm !
- 38.7** Für welche Werte für  $\varphi$  wird die neue Seitenlänge 4 cm lang ? ( $a = 6$  cm)

- 39.** Die Eckpunkte B und C des Dreiecks ABC mit A(0/0) liegen auf der Geraden mit  $y = -2x + 10$ . Die Seite [AB] schließt mit der x-Achse einen Winkel von  $20^\circ$  ein. Berechne die Koordinaten der Eckpunkte B und C,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$  und  $c$  sowie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, wenn  $\overline{AC} = 7$  LE gilt.
- 40.** Von einem Dreieck ABC, dessen Eckpunkte B und C auf der Geraden mit der Gleichung  $y = -\frac{1}{2}x + 6$  liegen, ist weiter bekannt: A(0/0),  $c = 10$  LE,  $\alpha = 42^\circ$ .

Berechne die Koordinaten von B und C, die fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße sowie die Dreiecksfläche.

- 41.** Zeige, dass im Dreieck ABC  $\frac{c_1}{c_2} = \frac{b \cdot \sin \gamma_1}{a \cdot \sin \gamma_2}$  gilt.

Begründe damit, dass die Winkelhalbierende eines Dreieckswinkels die dem Winkel gegenüberliegende Dreiecksseite im Verhältnis der dem Winkel anliegenden Seiten teilt.



- 42.** Von Vierecken ABCD sind folgende Maße bekannt.

Berechne die fehlenden Seitenlängen und Winkelmaße.

Anleitung: Durch die Diagonalen  $e$  und  $f$  werden die Vierecke ABCD in Teildreiecke zerlegt, deren fehlende Maße berechnet werden können.

- |    |                |                |                         |                           |                         |
|----|----------------|----------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|
| a) | $a = 6,5$ cm;  | $e = 8,4$ cm;  | $\alpha = 64,6^\circ$ ; | $\beta = 84,8^\circ$ ;    | $\gamma = 71,5^\circ$   |
| b) | $b = 62,4$ cm; | $c = 44,8$ cm; | $e = 52,6$ cm;          | $\beta = 38,5^\circ$ ;    | $\delta = 44,6^\circ$   |
| c) | $a = 68,5$ m;  | $c = 125,4$ m; | $f = 132,1$ m;          | $\alpha = 92,7^\circ$ ;   | $\gamma = 148,4^\circ$  |
| d) | $a = 128,5$ m; | $b = 85,8$ m;  | $f = 214$ m;            | $\alpha = 86^\circ 25'$ ; | $\gamma = 55^\circ 12'$ |

