

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen

Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

- 1.0** Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$, $B(10/0)$, $P(-2/4)$ und $Q(8/4)$.
C liegt auf [PQ]. Das Maß des Winkels ACB sei γ .
- 1.1** Berechne γ für $C(1/4)$.
- 1.2** Für welche Lage von C erhält man ein rechtwinkliges Dreieck mit $\gamma = 90^\circ$?
- 1.3** Für welche Lage von C erhält man Dreiecke, die bei C stumpfwinklig sind ?
- 2.0** Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$, $B(8/0)$ und C.
C bewegt sich auf der Geraden mit $y = -\sqrt{3} \cdot x + 8\sqrt{3}$ im I. Quadranten.
- 2.1** Bestimme das Maß β des Winkels CBA.
- 2.2** Berechne $\gamma = \sphericalangle ACB$ für $x_c = 5$.
- 2.3** Für welche Lage von C ist $\gamma = 90^\circ$? Welche Werte sind für γ möglich ?
- 3.0** Gegeben ist der Punkt $C(0/5)$ und der Kreis um $O(0/0)$ mit $r = 5$ cm.
Dem Kreis ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC so einbeschrieben, dass [AB] parallel zu x-Achse ist.
- 3.1** Berechne \overline{AC} für $\gamma = 60^\circ$ bzw. für $\gamma = 130^\circ$.
- 3.2** Berechne den Inhalt der Dreiecksfläche für $\gamma = 60^\circ$ bzw. für $\gamma = 130^\circ$.
- 4.0** Gegeben sind die Eckpunkte $A(0/0)$ und $B(10/0)$ eines Dreiecks ABC. $M(5/2)$ ist der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC; C liegt im I. bzw. II. Quadranten.
Nach dem Randwinkelsatz hat $\sphericalangle ACB$ für alle Lagen von C das gleiche Maß γ .
- 4.1** Berechne $\sphericalangle ACB$ für $\overline{AC} = \overline{BC}$.
- 4.2** Bestimme \overline{AC} und \overline{BC} für $\sphericalangle BAC = \alpha = 68,2^\circ$.
- 4.3** Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC für $\alpha = 68,2^\circ$.
- 5.0** Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge a cm.
Trägt man auf den Dreiecksseiten von den Ecken aus entgegen dem Uhrzeigersinn Strecken der Länge x cm ab, so entstehen neue einbeschriebene gleichseitige Dreiecke DEF, wobei gilt: $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = x$ cm und $x \leq a$. Der Winkel DEB hat das Maß ε .
- 5.1** Zeichne das Dreieck ABC für $a = 6$ und ein einbeschriebenes Dreieck DEF für $x = 2$!
Markiere den Winkel mit dem Maß ε !
- 5.2** Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm in Abhängigkeit von a und ε !
- 5.3** Gib die Grenzen für ε an !
Für welche Werte für ε wird die Streckenlänge $\overline{DE} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot a$ cm lang ?
- 5.4** Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm für $\varepsilon = 90^\circ$ in Abhängigkeit von a !
- 5.5** Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm in Abhängigkeit von x und berechne für den Fall 5.4 die Belegung von x in Abhängigkeit von a !
- 5.6** Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke DEF in Abhängigkeit von a und ε !

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

- 6.0 Im Dreieck ABC gilt: $\overline{AB} = 155 \text{ m}$; $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$;
 $\gamma_1 = 35^\circ$; $\gamma_2 = 22^\circ$.

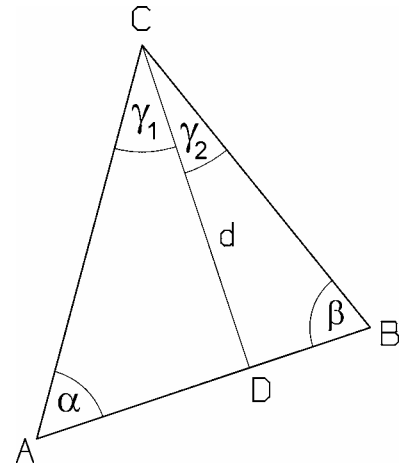
Bei den folgenden Rechnungen auf zwei Stellen nach dem Komma runden.

- 6.1 Berechne \overline{AD} , \overline{DB} und γ .

[Teilergebnis: $\overline{DB} = \frac{3}{8} \cdot 155 \text{ m}$]

- 6.2 Stelle $\overline{DC} = d$ in Abhängigkeit von α und β dar und zeige, dass $\sin(123^\circ - \alpha) = 1,09 \cdot \sin \alpha$ gilt.

- 6.3 Berechne mit Hilfe des Ergebnisses von 6.2 zunächst α und dann a und b.



- 7.0 Im gleichseitigen Dreieck ABC mit $a = 10 \text{ cm}$ werden von A aus auf [AB] Strecken [AP] mit $\overline{AP} = 2x \text{ cm}$ und von B aus auf [BC] Strecken [BQ] mit $\overline{BQ} = x \text{ cm}$ abgetragen ($x \in \mathbb{R}^+$). Die Entfernung der Punkte P und Q beträgt $\overline{PQ} = z \text{ cm}$.

- 7.1 Stelle z in Abhängigkeit von x dar, und berechne daraus z_{\min} für die kürzeste Entfernung \overline{PQ}_{\min} sowie \overline{AP} und \overline{BQ} für diesen Fall.

[Teilergebnis: $z^2 = 10,7 + 7(x - \frac{25}{7})^2$]

- 7.2 Die Strecken [PQ] schließen mit [AB] Winkel mit dem Maß φ ein. Zeige, dass z wie folgt in Abhängigkeit von φ dargestellt werden kann:

$$z = \frac{5\sqrt{3}}{2\sin\varphi + \sin(120^\circ - \varphi)}$$

- 7.3 Tabellarisiere $z(\varphi)$ für $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ in Schritten von $\Delta\varphi = 10^\circ$, und zeichne den zugehörigen Graphen.

- 7.4 Entnimm dem Diagramm sowohl z_{\min} als auch das zugehörige Winkelmaß φ_0 , und berechne z_{\min} und φ_0 mit dem Taschenrechner durch Intervallschachtelung auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

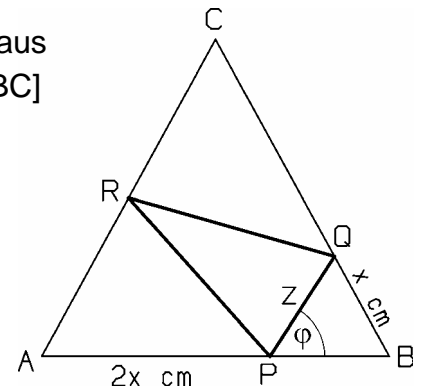
- 7.5 Der Term $2\sin\varphi + \sin(120^\circ - \varphi)$ nimmt für $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ stets Werte $a \in \mathbb{R}^+$ an.

Zeige, dass $2\sin\varphi + \sin(120^\circ - \varphi) = a$ auf die Form $(\sin\varphi - \frac{5}{14}a)^2 = \frac{3}{7}(\frac{1}{4} - \frac{a^2}{28})$

gebracht werden kann.

Zeige sodann, dass $a_{\max} = \sqrt{7}$ gilt, und berechne damit φ_0 .

- 7.6 Verbindet man P und Q mit dem Mittelpunkt R der Seite [AC], so erhält man die Dreiecke PQR. Berechne x für das flächenkleinste Dreieck PQR, und zeige, dass dieses Dreieck nicht die kürzeste Seite [PQ] enthält.



Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen

Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

- 8.0** Das gleichseitige Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 10$ cm ist gegeben. Von A aus werden x cm lange Strecken [AP] auf [AB], von B aus 2x cm lange Strecken [BQ] auf [BC] und von C aus 3x cm lange Strecken [CR] auf [AC] abgetragen ($x \in \mathbb{R}^+$). Dadurch erhält man Dreiecke PQR.
- 8.1** Für welchen Wert von x erhält man ein bei R rechtwinkliges Dreieck ?
- 8.2** Für welchen Wert von x gilt $\overline{QR} = \overline{RP}$?
- 8.3** Für welchen Wert von x erhält man das flächenkleinste Dreieck PQR ?
- 8.4** Welche Innenwinkelmaße besitzt das Dreieck PQR mit $\overline{PQ} = 7$ cm ?
- 8.5** Welche Maße kann der Winkel BPQ annehmen, den die Seiten [PQ] mit [AB] einschließen ?
- 9.0** Einem gleichseitigen Dreieck ABC mit der Seitenlänge a cm werden gleichschenklige Dreiecke DEF so einbeschrieben, dass die Spitze E Mittelpunkt der Strecke [AB] ist. Der Winkel an der Spitze der Dreiecke DEF hat das Maß ε .
- 9.1** Zeichne das Dreieck ABC für a = 7 mit einem Dreieck DEF mit $\varepsilon = 70^\circ$!
- 9.2** Gib die Grenzen für ε an ! Berechne die Schenkellänge $\overline{EF} = x$ cm in Abhängigkeit von a und ε (nicht $\frac{\varepsilon}{2}$) !
- 9.3** Für welchen Wert für ε wird die Streckenlänge \overline{EF} minimal ? Gib die Grenzen für $\overline{EF} = x$ cm in Abhängigkeit von a an !
- 9.4** Für welche Werte für ε wird die Streckenlänge $\overline{EF} = x$ cm gleich $\frac{a}{3}\sqrt{3}$ cm ?
- 9.5** Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke DEF in Abhängigkeit von a und ε !
 Tabellarisiere den Term für den Flächeninhalt A im Intervall $[0^\circ; 180^\circ]$ in Schritten $\Delta\varepsilon = 15^\circ$ für a = 7 ! Zeichne ein ε -A-Diagramm !
 Für die Zeichnung: ε -Achse: $1\text{cm} \hat{=} 15^\circ$; A-Achse: $1\text{cm} \hat{=} 2\text{cm}^2$
- 9.6** Berechne die Basislänge $\overline{DF} = y$ cm in Abhängigkeit von a und ε !
 Berechne für a = 7 und $\varepsilon = 30^\circ$ die Basislänge \overline{DF} !

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen

Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

- 10.0** Gegeben ist die Strecke [AD] mit dem Mittelpunkt M. Über der Strecke [AD] von der Länge $\overline{AD} = 2r$ cm ist ein Halbkreis mit M als Mittelpunkt zu zeichnen. Dem Halbkreis sind Dreiecke ABC_n so einzubeschreiben, dass B mit M zusammenfällt, während C den Halbkreisbogen durchlaufen soll.
- 10.1** Fertige eine Zeichnung mit $r = 6$, und trage drei beliebige Dreiecke ABC_n ein.
- 10.2** Bestimme die Seitenlänge $\overline{AC} = b$ cm in Abhängigkeit von $\overline{AB} = r$ cm und dem Winkelmaß α des Dreiecksinnenwinkels $\sphericalangle BAC$.
[Ergebnis: $b(r, \alpha) = 2 \cdot r \cdot \cos \alpha$]
- 10.3** Der Flächeninhalt der Dreiecke ABC_n lässt sich wie folgt darstellen:
 $A(r, \alpha) = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin 2\alpha \text{ cm}^2$
Weise dies rechnerisch nach !
- 10.4** Die Dreiecke rotieren mit AB als Achse. Berechne das Volumen $V(r, \alpha)$ der entstehenden Rotationskörper !
[Ergebnis: $V(r, \alpha) = \frac{1}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \sin^2 2\alpha \text{ cm}^3$]
- 10.5** Tabellarisiere $V(r, \alpha)$ für $r = 6$ und $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ]$ in Schritten von $\Delta\alpha = 10^\circ$, und stelle dann $V(6, \alpha)$ graphisch dar.
Für die Zeichnung: α – Achse : $1\text{cm} \hat{=} 10^\circ$; V – Achse : $1\text{cm} \hat{=} 20\text{cm}^3$
- 10.6** Begründe algebraisch, dass sowohl die Dreiecksfläche $A(r, \alpha)$ als auch das Volumen $V(r, \alpha)$ des Rotationskörpers für $\alpha = 45^\circ$ jeweils den größten Wert annimmt.
- 10.7** Für welche Werte für α wird für $r = 6$ der Flächeninhalt von 10.3 gleich 12 cm^2 ?
- 10.8** Für welche Werte für α wird das Volumen von 10.4 für $r = 6$ gleich $50\pi \text{ cm}^3$?