Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

1.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$, $B(10/0)$, $P(-2/4)$ und $Q(8/4)$.
C liegt auf [PQ]. Das Maß des Winkels ACB sei γ.

1.1 Berechne γ für $C(1/4)$.

1.2 Für welche Lage von C erhält man ein rechtwinkliges Dreieck mit $\gamma = 90°$?

1.3 Für welche Lage von C erhält man Dreiecke, die bei C stumpfwinklig sind ?

2.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$, $B(8/0)$ und C.
C bewegt sich auf der Geraden mit $y = -\sqrt{3} \cdot x + 8\sqrt{3}$ im I. Quadranten.

2.1 Bestimme das Maß β des Winkels CBA.

2.2 Berechne $\gamma = \sphericalangle ACB$ für $x_c = 5$.

2.3 Für welche Lage von C ist $\gamma = 90°$? Welche Werte sind für γ möglich ?

3.0 Gegeben ist der Punkt $C(0/5)$ und der Kreis um $O(0/0)$ mit r = 5 cm.
Dem Kreis ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC so einbeschrieben, dass [AB] parallel zu x-Achse ist.

3.1 Berechne $\overline{AC}$ für $\gamma = 60°$ bzw. für $\gamma = 130°$.

3.2 Berechne den Inhalt der Dreiecksfläche für $\gamma = 60°$ bzw. für $\gamma = 130°$.

4.0 Gegeben sind die Eckpunkte $A(0/0)$ und $B(10/0)$ eines Dreiecks ABC. $M(5/2)$ ist der Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC; C liegt im I. bzw. II. Quadranten.
Nach dem Randwinkelsatz hat $\sphericalangle ACB$ für alle Lagen von C das gleiche Maß γ.

4.1 Berechne $\sphericalangle ACB$ für $\overline{AC} = \overline{BC}$.

4.2 Bestimme $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ für $\sphericalangle BAC = \alpha = 68{,}2°$.

4.3 Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC für $\alpha = 68{,}2°$.

5.0 Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit der Seitenlänge a cm.
Trägt man auf den Dreiecksseiten von den Ecken aus entgegen dem Uhrzeigersinn Strecken der Länge x cm ab, so entstehen neue einbeschriebene gleichseitige Dreiecke DEF, wobei gilt: $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} = x$ cm und $x \leq a$. Der Winkel DEB hat das Maß ε.

5.1 Zeichne das Dreieck ABC für a = 6 und ein einbeschriebenes Dreieck DEF für x = 2 !
Markiere den Winkel mit dem Maß ε !

5.2 Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm in Abhängigkeit von a und ε !

5.3 Gib die Grenzen für ε an !
Für welche Werte für ε wird die Streckenlänge $\overline{DE}$ $\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot a$ cm lang ?

5.4 Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm für $\varepsilon = 90°$ in Abhängigkeit von a !

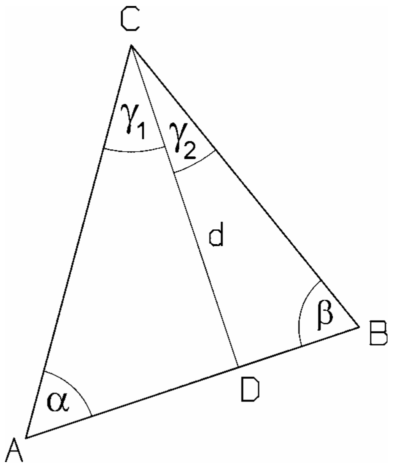
5.5 Berechne die Streckenlänge $\overline{DE} = y$ cm in Abhängigkeit von x und berechne für den Fall 5.4 die Belegung von x in Abhängigkeit von a !

5.6 Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke DEF in Abhängigkeit von a und ε !

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I



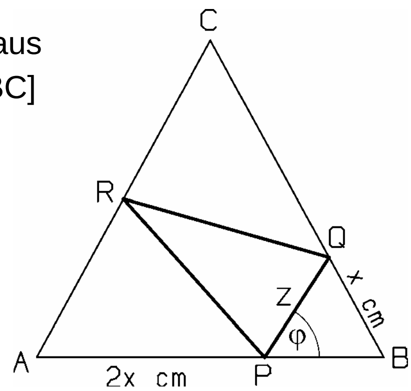
6.0 Im Dreieck ABC gilt: $\overline{AB} = 155\text{ m}$; $\overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$;
$\gamma_1 = 35°$; $\gamma_2 = 22°$.
Bei den folgenden Rechnungen auf zwei Stellen nach dem Komma runden.

6.1 Berechne $\overline{AD}$, $\overline{DB}$ und γ.

[Teilergebnis: $\overline{DB} = \frac{3}{8} \cdot 155\text{ m}$]

6.2 Stelle $\overline{DC} = d$ in Abhängigkeit von α und β dar und zeige, dass $\sin(123° - \alpha) = 1{,}09 \cdot \sin\alpha$ gilt.

6.3 Berechne mit Hilfe des Ergebnisses von 6.2 zunächst α und dann a und b.



7.0 Im gleichseitigen Dreieck ABC mit a = 10 cm werden von A aus auf [AB] Strecken [AP] mit $\overline{AP} = 2x$ cm und von B aus auf [BC] Strecken [BQ] mit $\overline{BQ} = x$ cm abgetragen ($x \in \mathbb{R}^+$).
Die Entfernung der Punkte P und Q beträgt $\overline{PQ} = z$ cm.

7.1 Stelle z in Abhängigkeit von x dar, und berechne daraus z_{min} für die kürzeste Entfernung $\overline{PQ}_{min}$ sowie $\overline{AP}$ und $\overline{BQ}$ für diesen Fall.

[Teilergebnis: $z^2 = 10{,}7 + 7(x - \frac{25}{7})^2$]

7.2 Die Strecken [PQ] schließen mit [AB] Winkel mit dem Maß φ ein.
Zeige, dass z wie folgt in Abhängigkeit von φ dargestellt werden kann:

$$z = \frac{5\sqrt{3}}{2\sin\varphi + \sin(120° - \varphi)}$$

7.3 Tabellarisiere $z(\varphi)$ für $0° \leq \varphi \leq 90°$ in Schritten von $\Delta\varphi = 10°$, und zeichne den zugehörigen Graphen.

7.4 Entnimm dem Diagramm sowohl z_{min} als auch das zugehörige Winkelmaß φ_0, und berechne z_{min} und φ_0 mit dem Taschenrechner durch Intervallschachtelung auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

7.5 Der Term $2\sin\varphi + \sin(120° - \varphi)$ nimmt für $0° \leq \varphi \leq 90°$ stets Werte $a \in \mathbb{R}^+$ an.
Zeige, dass $2\sin\varphi + \sin(120° - \varphi) = a$ auf die Form $\left(\sin\varphi - \frac{5}{14}a\right)^2 = \frac{3}{7}\left(\frac{1}{4} - \frac{a^2}{28}\right)$ gebracht werden kann.
Zeige sodann, dass $a_{max} = \sqrt{7}$ gilt, und berechne damit φ_0.

7.6 Verbindet man P und Q mit dem Mittelpunkt R der Seite [AC], so erhält man die Dreiecke PQR. Berechne x für das flächenkleinste Dreieck PQR, und zeige, dass dieses Dreieck nicht die kürzeste Seite [PQ] enthält.

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen
Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

8.0 Das gleichseitige Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 10$ cm ist gegeben. Von A aus werden x cm lange Strecken [AP] auf [AB], von B aus 2x cm lange Strecken [BQ] auf [BC] und von C aus 3x cm lange Strecken [CR] auf [AC] abgetragen ($x \in \mathbb{R}^+$). Dadurch erhält man Dreiecke PQR.

8.1 Für welchen Wert von x erhält man ein bei R rechtwinkliges Dreieck ?

8.2 Für welchen Wert von x gilt $\overline{QR} = \overline{RP}$?

8.3 Für welchen Wert von x erhält man das flächenkleinste Dreieck PQR ?

8.4 Welche Innenwinkelmaße besitzt das Dreieck PQR mit $\overline{PQ} = 7$ cm ?

8.5 Welche Maße kann der Winkel BPQ annehmen, den die Seiten [PQ] mit [AB] einschließen ?

9.0 Einem gleichseitigen Dreieck ABC mit der Seitenlänge a cm werden gleichschenklige Dreiecke DEF so einbeschrieben, dass die Spitze E Mittelpunkt der Strecke [AB] ist. Der Winkel an der Spitze der Dreiecke DEF hat das Maß ε.

9.1 Zeichne das Dreieck ABC für a = 7 mit einem Dreieck DEF mit $\varepsilon = 70°$!

9.2 Gib die Grenzen für ε an ! Berechne die Schenkellänge $\overline{EF} = x$ cm in Abhängigkeit von a und ε (nicht $\frac{\varepsilon}{2}$) !

9.3 Für welchen Wert für ε wird die Streckenlänge $\overline{EF}$ minimal ? Gib die Grenzen für $\overline{EF} = x$ cm in Abhängigkeit von a an !

9.4 Für welche Werte für ε wird die Streckenlänge $\overline{EF} = x$ cm gleich $\frac{a}{3}\sqrt{3}$ cm ?

9.5 Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke DEF in Abhängigkeit von a und ε !
Tabellarisiere den Term für den Flächeninhalt A im Intervall [0°; 180°] in Schritten $\Delta\varepsilon = 15°$ für a = 7 ! Zeichne ein ε-A-Diagramm !
Für die Zeichnung: ε-Achse: $1\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 15°$; A-Achse: $1\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 2\text{cm}^2$

9.6 Berechne die Basislänge $\overline{DF} = y$ cm in Abhängigkeit von a und ε !
Berechne für a = 7 und $\varepsilon = 30°$ die Basislänge $\overline{DF}$!

 © www.mathe-physik-aufgaben.de

Trigonometrie - Zusammenfassende Übungen ebene Flächen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Klasse 10 I

10.0 Gegeben ist die Strecke [AD] mit dem Mittelpunkt M. Über der Strecke [AD] von der Länge $\overline{AD} = 2r$ cm ist ein Halbkreis mit M als Mittelpunkt zu zeichnen. Dem Halbkreis sind Dreiecke ABC_n so einzubeschreiben, dass B mit M zusammenfällt, während C den Halbkreisbogen durchlaufen soll.

10.1 Fertige eine Zeichnung mit r = 6, und trage drei beliebige Dreiecke ABC_n ein.

10.2 Bestimme die Seitenlänge $\overline{AC} = b$ cm in Abhängigkeit von $\overline{AB} = r$ cm und dem Winkelmaß α des Dreiecksinnenwinkels $\sphericalangle BAC$.

[Ergebnis: $b(r,\alpha) = 2 \cdot r \cdot \cos\alpha$]

10.3 Der Flächeninhalt der Dreiecke ABC_n lässt sich wie folgt darstellen:

$A(r,\alpha) = \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin 2\alpha \text{ cm}^2$

Weise dies rechnerisch nach !

10.4 Die Dreiecke rotieren mit AB als Achse. Berechne das Volumen $V(r,\alpha)$ der entstehenden Rotationskörper !

[Ergebnis: $V(r,\alpha) = \frac{1}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \sin^2 2\alpha \text{ cm}^3$]

10.5 Tabellarisiere $V(r,\alpha)$ für r = 6 und $\alpha \in [0°; 90°]$ in Schritten von $\Delta\alpha = 10°$, und stelle dann $V(6,\alpha)$ graphisch dar.

Für die Zeichnung: α – Achse : 1cm $\hat{=}$ 10° ; V – Achse : 1cm $\hat{=}$ 20cm^3

10.6 Begründe algebraisch, dass sowohl die Dreiecksfläche $A(r,\alpha)$ als auch das Volumen $V(r,\alpha)$ des Rotationskörpers für $\alpha = 45°$ jeweils den größten Wert annimmt.

10.7 Für welche Werte für α wird für r = 6 der Flächeninhalt von 10.3 gleich 12 cm^2 ?

10.8 Für welche Werte für α wird das Volumen von 10.4 für r = 6 gleich 50π cm^3 ?

© www.mathe-physik-aufgaben.de