

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

- 1.0** Die Basis [AB] eines gleichschenkligen Dreiecks ABC hat die Länge 10 cm.
- 1.1** Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von α .
(Ergebnis: $A(\alpha) = 25 \tan \alpha \text{ cm}^2$)
- 1.2** Berechne den Umfang des Dreiecks in Abhängigkeit von α .
- 1.3** Zeichne die Graphen von $A(\alpha)$ und $u(\alpha)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\alpha = 15^\circ$.
- 1.4** Gibt es einen größten Wert für den Umfang (Flächeninhalt) ?
-
- 2.0** Die Schenkel [AC] und [BC] eines gleichschenkligen Dreiecks ABC haben die Länge 6 cm.
- 2.1** Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und bestimme A_{\max} . Formuliere das Ergebnis als Satz.
- 2.2** Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von $u(\gamma)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\gamma = 20^\circ$.
(Ergebnis: $u(\gamma) = 12 \left(\sin \frac{\gamma}{2} + 1 \right) \text{ cm}$)
-
- 3.0** Vom Dreieck ABC sind gegeben: $A(0/0)$, $B(8/0)$ und $\overline{AC} = \overline{BC}$.
- 3.1** Bestimme den Umfang u_1 des Dreiecks ABC_1 und u_2 des Dreiecks ABC_2 für $\gamma_1 = 60^\circ$ und $\gamma_2 = 90^\circ$.
- 3.2** Bestimme den Dreiecksumfang u in Abhängigkeit von $\frac{\gamma}{2}$.
(Ergebnis: $u(\gamma) = 8 \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\gamma}{2}} \right) \text{ cm}$)
- 3.3** Für welches Winkelmaß γ_3 ist $u_3 = 24 \text{ cm}$?
-
- 4.0** Die Kathete [AC] eines rechtwinkligen Dreiecks ABC ($\alpha = 90^\circ$) ist 8 cm lang.
- 4.1** Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von β .
- 4.2** Zeichne den Graphen von $A(\beta)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall für β .
Erstelle eine Wertetabelle mit $\Delta\beta = 10^\circ$.
- 4.3** Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von β .
- 4.4** Zeichne den Graphen von $u(\beta)$ (Bedingungen wie in Aufgabe 4.2).

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

- 5.0** Im Trapez ABCD gilt: $\overline{AB} = 2c$, $\overline{CD} = c$ (Grundlinien) und $\overline{BC} = c$.
- 5.1** Zeichne ein Trapez für $c = 5$ cm. Berechne seinen Flächeninhalt A in Abhängigkeit von c und β .
- 5.2** Es sei jetzt $c = 5$ cm. Stelle eine Wertetabelle für $A(\beta)$ in einem sinnvoll gewählten Intervall mit $\Delta\beta = 30^\circ$ auf.
- 5.3** Für welchen Wert β_0 ist der Flächeninhalt maximal? Bestimme diesen maximalen Wert.
- 6.0** In einem gleichschenkligen Trapez ABCD ist die Grundseite [AB] doppelt so lang wie die zugehörige Höhe h.
- 6.1** Berechne die Länge l der Diagonalen in Abhängigkeit von der Höhe h und dem Winkelmaß α .
- $$\left(\text{Ergebnis: } l(h; \alpha) = \frac{h}{\sin \alpha} \sqrt{4 \sin^2 \alpha - 2 \sin 2\alpha + 1} \right)$$
- 6.2** Gib das Intervall an, in dem α variieren kann. Es darf kein „überschlagenes“ Viereck entstehen!
- 6.3** Zeichne den Graphen von $l(\alpha)$ für $h = 10$ cm ($\Delta\alpha = 15^\circ$).
- 7.0** Ein Dreieck ABC mit $\beta = 30^\circ$ hat einen Umkreis mit dem Radius $r = 3$ cm.
- 7.1** Berechne den Umfang u des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von $u(\gamma)$ im größten für γ möglichen Intervall mit $\Delta\gamma = 30^\circ$.
- (Ergebnis: $u(\gamma) = 6 (\sin(150^\circ - \gamma) + \sin\gamma + 0,5)$ cm)
- 7.2** Bestimme mit Hilfe des Graphen den Wert γ_0 , für den u maximal wird, sowie u_{\max} .
- 7.3** Berechne den Flächeninhalt A des Dreiecks in Abhängigkeit von γ und zeichne den Graphen von $A(\gamma)$ unter den Bedingungen von Aufgabe 7.1.
- (Ergebnis: $A(\gamma) = 9 \sin(150^\circ - \gamma) \cdot \sin\gamma$ cm²)
- 7.4** Für welchen Wert γ_1 hat der Flächeninhalt seinen größten Wert? Bestimme graphisch diesen maximalen Wert.
- 8.0** Gegeben ist der Kreis um O(0/0) mit $r = 5$ cm. Dem Kreis sind gleichschenklige Dreiecke ABC mit C(0/5) einbeschrieben. [AB] ist parallel zur x-Achse.
- 8.1** Berechne \overline{AC} in Abhängigkeit von γ (nicht $\frac{\gamma}{2}$).
- Hinweis: Betrachte $\triangle ABO$.
- (Ergebnis: $\overline{AC}(\gamma) = 5\sqrt{2(1 + \cos\gamma)}$ cm)
- 8.2** Berechne den Inhalt A der Dreiecksfläche in Abhängigkeit von γ . Berechne $A(40^\circ)$.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

9.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 50^\circ$ und $\beta = 60^\circ$, sowie ein Punkt $D \in [BC]$.

9.1 Berechne \overline{AD} in Abhängigkeit von $\varepsilon = \sphericalangle BAD$.

$$\left(\text{Ergebnis: } \overline{AD}(\varepsilon) = \frac{4\sqrt{3}}{\sin(\varepsilon + 60^\circ)} \text{ cm} \right)$$

9.2 Für welchen Wert ε_0 ist \overline{AD} am kleinsten? Bestimme \overline{AD}_{\min} .

9.3 Wie kann das Ergebnis von 9.2 durch eine einfache geometrische Überlegung gefunden werden?

10.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $B(10/0)$ eines Dreiecks ABC. $M(5/2)$ ist Mittelpunkt des Umkreises des Dreiecks ABC. C liegt im I. bzw. II. Quadranten. Nach dem Randwinkelsatz ist $\sphericalangle ACB = \gamma$ konstant.

10.1 Berechne γ . Verwende das Dreieck ABC_1 mit $\overline{AC_1} = \overline{BC_1}$.

10.2 Bestimme \overline{AC} und \overline{BC} in Abhängigkeit von $\sphericalangle BAC = \alpha$. Welche Werte kann α annehmen?

$$\left(\text{Ergebnis: } \overline{AC}(\alpha) = 10,77 \cdot \sin(\alpha + 68,2^\circ) \text{ cm; } \overline{BC}(\alpha) = 10,77 \cdot \sin \alpha \text{ cm} \right)$$

10.3 Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks ABC in Abhängigkeit von α .

10.4 Berechne mit Hilfe geometrischer Überlegungen den Wert α_0 , für den der Flächeninhalt des Dreiecks maximal wird. Gib A_{\max} an.

11.0 Gegeben sind die Punkte $A(0/0)$ und $B(4/0)$.

11.1 Berechne die x-Koordinate des Punktes C für $\alpha_1 = 20^\circ$.

11.2 Berechne die x-Koordinate des Punktes C in Abhängigkeit von α .

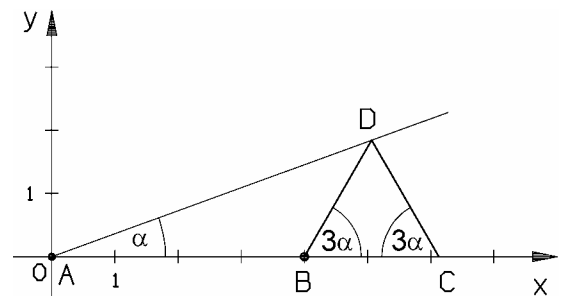
Verwende ggf. $\sin 6\alpha = 2 \cdot \sin 3\alpha \cdot \cos 3\alpha$.

$$\left(\text{Ergebnis: } x_c(\alpha) = 4 + 4 \cdot \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha} \right)$$

11.3 Berechne die Koordinaten von D für $\alpha_1 = 20^\circ$.

11.4 Berechne die Koordinaten von D in Abhängigkeit von α .

$$\left(\text{Ergebnis: } x_D = 4 + \frac{2 \cdot \cos 3\alpha}{\cos \alpha}; y_D = \frac{2 \cdot \sin 3\alpha}{\cos \alpha} \right)$$



Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

12.0 Gegeben sind die Punkte A(0/0) und B(6/0).

12.1 Berechne die Koordinaten von D für $\alpha_1 = 30^\circ$.

12.2 Berechne die Koordinaten von D in Abhängigkeit von α .

13.0 Für das Dreieck PQR gilt:

P(2/0), R(0/10), Q(10/ y_Q) mit $y_Q \in [0; 10]$.

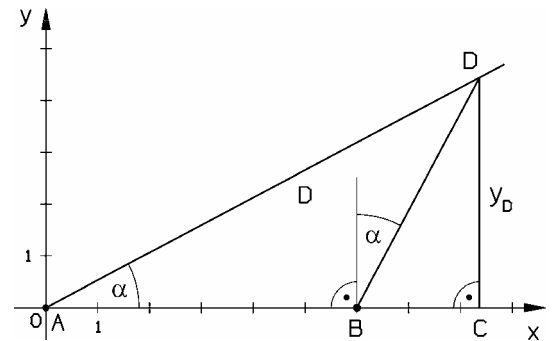
[PQ] schließt mit der positiven x-Achse einen Winkel mit dem Maß ε ein.

13.1 Stelle y_Q in Abhängigkeit von ε dar. Welche Werte kann ε annehmen ?

13.2 Stelle den Flächeninhalt A des Dreiecks PQR in Abhängigkeit von ε dar.
(Ergebnis: $A(\varepsilon) = (40 + 8 \tan \varepsilon)$ FE)

13.3 Für welchen Wert von ε_0 hat die Fläche den Inhalt 50 cm^2 ?

13.4 Für welche Winkelmaße ist der Flächeninhalt größer als 70 cm^2 ?



14.0 Einem Rechteck mit $a = 5 \text{ cm}$ und $b = 4 \text{ cm}$ ist ein Rechteck umbeschrieben, wobei die Seiten der beiden Rechtecke Winkel mit dem Maß $\varepsilon = 35^\circ$ einschließen.

14.1 Fertige eine Zeichnung mit den angegebenen Maßen an.

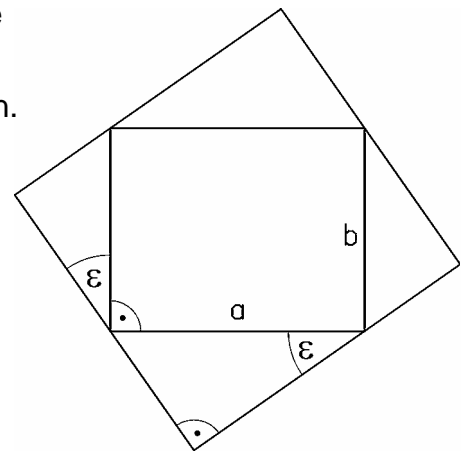
14.2 Berechne die Seitenlängen c und d des umbeschriebenen Rechtecks.

14.3 ε sei nun variabel. Berechne die Seitenlängen des umbeschriebenen Rechtecks in Abhängigkeit von ε .

14.4 Berechne den Flächeninhalt A des umbeschriebenen Rechtecks in Abhängigkeit von ε .

(Ergebnis: $A(\varepsilon) = (20 + 20,5 \sin 2\varepsilon) \text{ cm}^2$)

14.5 Für welches Winkelmaß ε_0 verhalten sich die Inhalte der beiden Rechtecke wie 3:2 ?



15.0 Gegeben ist ein Rechteck ABCD mit A(0/0), B(6/0), C(6/6), D(0/6). Ein Punkt P wandert von B aus über C und D nach A.

15.1 Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks ABP in Abhängigkeit vom Maß α des Winkels BAP.

Hinweis: Unterscheide drei Fälle !

15.2 Tabellarisiere $A(\alpha)$ mit $\Delta\alpha = 10^\circ$ und zeichne den Graphen von $A(\alpha)$.

15.3 Berechne den Wert α_0 , für den der Flächeninhalt $A = 16 \text{ cm}^2$ ist.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

16.0 Gegeben sind die Punkte A(0/0) und B(10/0) sowie ein Punkt C, der auf der Winkelhalbierenden des I. Quadranten liegt. Für das Dreieckswinkelmaß β des Dreiecks ABC soll gelten: $\beta \in]0^\circ; 90^\circ[$.

16.1 Zeichne für einen beliebig gewählten Punkt C das Dreieck ABC.

16.2 Der Fußpunkt des Lotes von C auf [AB] sei F. Bestimme den Flächeninhalt A des Dreiecks FBC in Abhängigkeit von β .

$$\left(\text{Ergebnis: } A(\beta) = 50 \cdot \frac{\tan \beta}{(1 + \tan \beta)^2} \text{ FE} \right)$$

16.3 Tabellarisiere $A(\beta)$ mit $\Delta\beta = 10^\circ$ und zeichne den Graphen.

16.4 Zeige, dass die Terme $T_1 = \frac{\tan \beta}{(1 + \tan \beta)^2}$ und $T_2 = \frac{1}{2 \left(1 + \frac{1}{\sin 2\beta} \right)}$ in $G =]0^\circ; 90^\circ[$

äquivalent sind durch Umformung von T_1 in T_2 .

16.5 Bestimme mit Hilfe des Terms T_2 das Winkelmaß β^* , für das der Flächeninhalt A des Dreiecks FBC maximal wird.

Bestimme die Koordinaten der zugehörigen Punkte F^* und C^* .

17.0 Einem gleichseitigen Dreieck ABC (Seitenlänge a) wird ein gleichschenkliges Dreieck DEF so einbeschrieben, dass seine Spitze F mit dem Mittelpunkt der Seite [AB] zusammenfällt. Der Winkel an der Spitze des gleichschenkligen Dreiecks ist φ .

17.1 Berechne den Umfang u des einbeschriebenen Dreiecks in Abhängigkeit von a und φ .

$$\left(\text{Ergebnis: } u(a; \varphi) = \frac{a\sqrt{3} \cdot \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \right)}{2 \cdot \sin \left(30^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \text{ cm} \right)$$

17.2 Zeichne den Graphen zu $u(\varphi)$ für $a = 10 \text{ cm}$ ($\Delta\varphi = 20^\circ$) und bestimme den Wert des Minimums.

17.3 Berechne den Flächeninhalt A des einbeschriebenen Dreiecks in Abhängigkeit von a und φ .

$$\left(\text{Ergebnis: } A(a; \varphi) = \frac{3a^2 \sin \varphi}{32 \sin^2 \left(30^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \text{ cm}^2 \right)$$

17.4 Stelle $A(\varphi)$ für $a = 10 \text{ cm}$ graphisch dar und bestimme den Wert des maximalen Flächeninhalts ($\Delta\varphi = 10^\circ$).

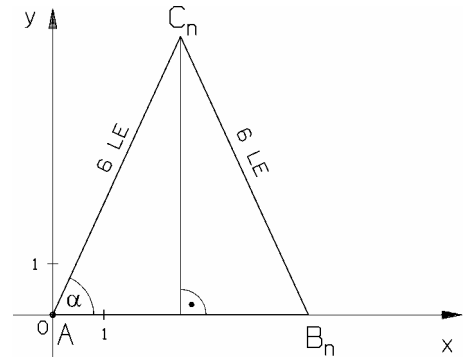
17.5 Durch Drehung um die Symmetrieachse der Figur entsteht ein Kegel, dem ein zweiter Kegel einbeschrieben ist. Berechne den Inhalt O der Oberfläche des einbeschriebenen Kegels in Abhängigkeit von a und φ .

17.6 Zeichne den Graphen von $O(\varphi)$ für $a = 10 \text{ cm}$.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

- 18.0** Die Punkte $A(0/0)$ und $B(2x/0)$ mit $x \in \mathbb{R}^+$ sind Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC} = 6LE$ und dem Basiswinkel $\alpha = \sphericalangle BAC$.



- 18.1** Zeichne die Dreiecke ABC für $x \in \{1,5; 4,5; 5,5\}$ im Koordinatensystem.
(Platzbedarf: $-1 \leq x \leq 12$; $-1 \leq y \leq 7$)
Auf welcher geometrischen Ortslinie liegen alle Punkte C ?
- 18.2** Berechne für $x \in \{1,5; 4,5; 5,5\}$ die y -Koordinaten der Punkte C sowie die Winkel α .
- 18.3** Berechne die Koordinaten der Punkte B und C des Dreiecks ABC mit $\alpha = 30^\circ$.
- 18.4** Gib den Flächeninhalt $A(x)$ der Dreiecke ABC in Abhängigkeit von x an.
(Ergebnis: $A(x) = x\sqrt{36-x^2}$ FE)
Berechne mit Hilfe des Terms für $A(x)$ den Flächeninhalt der Dreiecke ABC für $x \in \{1,5; 4,5; 5,5\}$.
- 18.5** Gib den Flächeninhalt $A(\alpha)$ der Dreiecke ABC in Abhängigkeit vom Winkelmaß α an.
(Ergebnis: $A(\alpha) = 36 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$ FE)
Überprüfe mit Hilfe des Terms für $A(\alpha)$ die in Aufgabe 18.4 berechneten Flächeninhalte für $x \in \{1,5; 4,5; 5,5\}$. Verwende dazu die Ergebnisse aus Aufgabe 18.2.
- 18.6** Ermittle den Extremwert des Terms $T(z) = z \cdot (36 - z)$.
Bestimme daraus den Extremwert des Flächeninhalts $A(x)$ sowie die zugehörige Belegung für x , indem du x^2 anstelle von z setzt.
(Teilergebnis: $x = 4,24$)
- 18.7** Ermittle das Winkelmaß α des flächengrößten Dreiecks ABC mit Hilfe des Ergebnisses von Aufgabe 18.6, und berechne damit den extremen Flächeninhalt.
- 18.8** Begründe geometrisch, dass der Flächeninhalt nicht größer als 18 FE werden kann.
- 19.0** Die Punkte $A(-1/0)$, $B(1/0)$ und C liegen auf dem Einheitskreis k_e und bilden Dreiecke ABC . F ist der Fußpunkt des Lotes von C auf AB .
- 19.1** Stelle die Streckenlängen \overline{OF} , \overline{AC} und \overline{BC} in Abhängigkeit von $\varphi = \sphericalangle BOC$ dar.
Lösungshinweis: Verwende zur Berechnung von \overline{AC} und \overline{BC} den Satz des Pythagoras.
(Teilergebnis: $\overline{AC} = \sqrt{2(1+\cos\varphi)}$ LE; $\overline{BC} = \sqrt{2(1-\cos\varphi)}$ LE)
- 19.2** Ermittle mit Hilfe der Terme für \overline{AC} und \overline{BC} das gleichschenklige Dreieck.
- 19.3** Gib den Flächeninhalt $A(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ an. Für welches Maß φ^* ist der Flächeninhalt maximal? Begründe das Ergebnis geometrisch.
- 19.4** Gib die kartesischen Koordinaten der Punkte A , B und C an, und zeige, dass die Dreiecke ABC rechtwinklig sind.
Anleitung: Berechne die Steigung m_{CB} und m_{CA} der Dreiecksseiten $[CB]$ und $[CA]$, und zeige, dass $m_{CB} \cdot m_{CA} = -1$ gilt.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

- 19.5** Zeige, dass in den Dreiecken ABC der Höhensatz gilt.
- 19.6** Begründe nun, dass die Eckpunkte $C(\cos\varphi/\sin\varphi)$ von Dreiecken ABC bzw. ACB den Kreis $k(O(0/0); r = 1 \text{ LE})$ bilden.

- 20.0** Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$ und gleichzeitig Mittelpunkt eines Halbkreises mit $\overline{AB} = 2x \text{ cm}$ als Durchmesser.

Dem Halbkreis sind Dreiecke AMC_n so einzubeschreiben, dass C_n auf dem Halbkreis liegt.

- 20.1** Fertige für $x = 6$ eine Zeichnung an, und trage drei solche Dreiecke AMC_n ein.

- 20.2** Bestimme die Seitenlänge \overline{AC} in Abhängigkeit von x und dem Maß α des Winkels MAC.

(Ergebnis: $\overline{AC} = (2x \cdot \cos\alpha)\text{cm}$)

- 20.3** Der Flächeninhalt A_Δ der Dreiecke AMC_n lässt sich wie folgt darstellen:

$$A_\Delta = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2\alpha \text{ cm}^2. \text{ Weise dies rechnerisch nach.}$$

- 20.4** Die Dreiecke rotieren um AM als Achse. Berechne das Volumen V der entstehenden Rotationskörper.

(Ergebnis: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot x^3 \cdot \sin^2 2\alpha \text{ cm}^3$)

- 20.5** Tabellarisiere V für $x = 6$ und $\alpha \in [0^\circ; 90^\circ]$ mit $\Delta\alpha = 10^\circ$, und stelle V graphisch dar.

Für die Zeichnung: α -Achse: 1 cm entspricht 10°

V -Achse: 1 cm entspricht 20 cm^3

- 20.6** Begründe algebraisch, dass für $\alpha = 45^\circ$ sowohl die Dreiecksfläche als auch das Volumen des Rotationskörpers jeweils den größten Wert annimmt.

- 20.7** Für welche Belegung von α erhält man Rotationskörper mit einem Volumen von 100 cm^3 , wenn $x = 6$ gilt ?

- 21.0** Ein Dreieck ABC mit $\overline{AC} = b = 8 \text{ cm}$, $\overline{AB} = c = 12 \text{ cm}$ und $\sphericalangle BAC = \alpha$ rotiert um die Achse AB.

- 21.1** Zeichne für $\alpha \in \{30^\circ; 70^\circ; 120^\circ; 150^\circ\}$ die Axialschnitte in eine Figur.

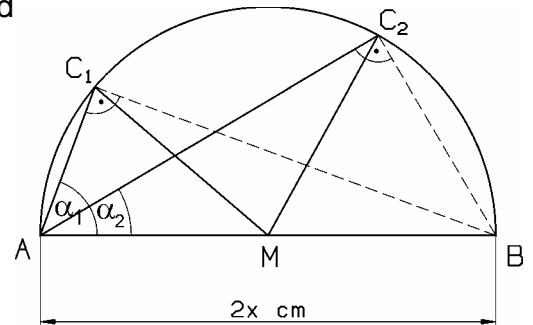
- 21.2** Ermittle das Volumen $V(\alpha)$ dieser Rotationskörper in Abhängigkeit von α .

(Ergebnis: $V(\alpha) = 256 \cdot \pi \cdot \sin^2 \alpha \text{ cm}^3$)

- 21.3** Für welche Belegung von α erhält man den Körper mit dem größten Volumen ?

- 21.4** Gib die Oberfläche der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von α an.

- 21.5** Gib Intervalle für α an, für die das Volumen der Rotationskörper kleiner als $64\pi \text{ cm}^3$ wird.

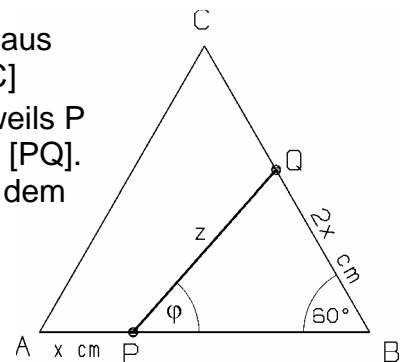


Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

- 22.0** Der Punkt $P(z \cdot \cos \varphi / z \cdot \sin \varphi)$ bewegt sich auf der Geraden g mit der Gleichung $y = -1,25x + 10$, wobei $\overline{OP} = z$ LE mit $O(0/0)$ gilt. Der Winkel zwischen der x -Achse und $[OP]$ hat das Maß φ .
- 22.1** Zeige, dass $z = \frac{8 \sin 51,34^\circ}{\sin(\varphi + 51,34^\circ)}$ und $z = \frac{10}{\sin \varphi + 1,25 \cos \varphi}$ gilt, und berechne z für $\varphi = 35^\circ$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
- 22.2** Welche Koordinaten hat P , wenn $\overline{OP} = 7$ LE bzw. $\overline{OP} = 12$ LE gelten soll? Berechne sodann die Koordinaten des Punktes P auf g , für den \overline{OP} am kleinsten ist.

- 23.** Trägt man im gleichseitigen Dreieck ABC mit $a = 6$ cm von A aus auf $[AB]$ Strecken $[AP]$ mit x cm Länge und von B aus auf $[BC]$ Strecken $[BQ]$ mit $2x$ cm Länge ($x \in \mathbb{R}^+$) ab und verbindet jeweils P mit Q , so erhält man verschieden lange Verbindungsstrecken $[PQ]$. Die z cm langen Strecken $[PQ]$ schließen mit $[AB]$ Winkel mit dem Maß φ ein.



Berechne z in Abhängigkeit von φ , tabellarisiere $z(\varphi)$ in Schritten von $\Delta\varphi = 5^\circ$ für $0^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$, und stelle z in Abhängigkeit von φ graphisch dar.

Für das zu z_{\min} gehörende Winkelmaß φ_0 gilt $49,1^\circ < \varphi_0 < 49,2^\circ$. Berechne φ_0 durch Intervallschachtelung auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

- 24.1** Gleichschenkligen Dreiecken ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC} = 10$ cm und $\sphericalangle BAC = \sphericalangle CBA = \alpha$ werden gleichseitige Dreiecke PQR so einbeschrieben, dass P der Mittelpunkt von $[AB]$ ist und die Symmetrieachse eines gleichschenkligen Dreiecks ABC auch Symmetrieachse des entsprechenden gleichseitigen Dreiecks PQR ist. Zeichne für $\alpha = 75^\circ$ das gleichschenklige Dreieck ABC mit dem einbeschriebenen gleichseitigen Dreieck PQR .
- 24.2** Stelle die Maßzahl a der Seitenlängen $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RP} = a$ cm in Abhängigkeit von α dar.

$$\left(\text{Ergebnis: } a = \frac{10 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + 60^\circ)} \right)$$

- 24.3** Begründe, dass $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ gilt.

- 24.4** Forme $a = \frac{10 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin(\alpha + 60^\circ)}$ mit Hilfe des Ergebnisses von 24.3 um, und tabellarisiere a in

Abhängigkeit von α in Schritten von $\Delta\alpha = 10^\circ$ für $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Zeichne den zugehörigen Graphen.

- 24.5** Entnimm dem Diagramm zu 24.4 das Winkelmaß α_0 , für das man das gleichseitige Dreieck mit der größten Seitenlänge erhält. Verbessere das dem Diagramm entnommene Winkelmaß α_0 durch eine Intervallschachtelung mit dem Taschenrechner bis auf eine Genauigkeit von zwei Stellen nach dem Komma.

Trigonometrie - Funktionale Abhängigkeiten an Dreiecken

Klasse 10 I

25. Das Dreieck ABC mit $A(0/0)$, $B(9/2)$ und $C(4/7)$ ist gegeben. Im Inneren des Dreiecks ABC liegt ein Punkt P, für den $\sphericalangle BAP = \sphericalangle CBP = \sphericalangle ACP = \varphi$ und

$$\frac{1}{\sin^2 \varphi} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \gamma} \text{ gilt.}$$

Berechne φ und die Streckenlängen \overline{AP} , \overline{BP} , \overline{CP} , und zeichne das Dreieck ABC mit dem Punkt P in ein Koordinatensystem.

- 26.0 Rechtwinkligen Dreiecken ABC mit jeweils einer 12 cm langen Hypotenuse [AB] werden Quadrate mit C als einem Eckpunkt einbeschrieben.

- 26.1 Zeichne drei rechtwinklige Dreiecke mit einbeschriebenem Quadrat.

- 26.2 Zeige durch Rechnung, daß für den Flächeninhalt dieser Quadrate in Abhängigkeit vom Maß α des Winkels BAC gilt:

$$A(\alpha) = \frac{36 \cdot \sin^2 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} \text{ cm}^2$$

- 26.3 Begründe geometrisch, daß man für $\alpha = 45^\circ$ das Quadrat mit dem größten Flächeninhalt erhält.

- 26.4 Berechne α für $A = 6 \text{ cm}^2$.

