

1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. a) Gib die Verknüpfungstabellen für die auf dem Körper $\mathbb{Z}/3$ (\mathbb{Z} modulo 3) definierten Verknüpfungen \oplus (Addition modulo 3) und \otimes (Multiplikation modulo 3) an !
- b) Begründe mit Hilfe eines Anordnungsaxioms, warum $\mathbb{Z}/3$ kein angeordneter Körper ist !

2. Gegeben sind die komplexen Zahlen $w = \frac{1}{2} - 2i$ und $z = 2 - \frac{i}{2}$.

Berechne folgende Terme und gib das Ergebnis in der Form $a + bi$ an !

a) $i \cdot z + \frac{1}{w}$

b) $w \cdot z + \frac{w}{z}$

3. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{x} - 1}$ und $g(x) = (x - 1)^2$.

Gib den Term der Verkettungsfunktion $f \circ g$ an und bestimme seine maximale Definitionsmenge $ID_{f \circ g}$

4. Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto y = ax^2 - 6ax + 5a + 3$;

- a) Zeige durch Rechnung, dass alle Graphen G_a der Schar genau zwei Punkte gemeinsam haben und dass es sich dabei um die Punkte $P_1(1/3)$ und $P_2(5/3)$ handelt.
- b) Verwandle den obigen Funktionsterm durch quadratische Ergänzung in die Scheitelform.
(Kontrollergebnis: $f_a(x) = a(x - 3)^2 - 4a + 3$)
- c) Gib die Scheitelkoordinaten für den Parameterwert $a = \frac{1}{8}$ an und skizziere den zugehörigen Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem $[-1 \leq x \leq 7; -1 \leq y \leq 14]$.
- d) Gegeben ist nun das Geradenbündel $g_m : x \mapsto y = mx - 5m + 3$.
Zeichne die Geraden für $m = -2$, $m = 0$ und $m = 0,5$ in das Koordinatensystem aus Aufgabe 4 c) ein.
- e) Es gibt genau eine Gerade des Geradenbündels g_m , welche den Graphen der Funktion $f_{\frac{1}{8}}$ nur im Punkt $P_2(5/3)$ berührt (d.h. nicht schneidet !).
Berechne die Steigung m dieser Geraden und gib die Geradengleichung in der Form $y = mx + t$ an.