

# 1. Mathematikschulaufgabe

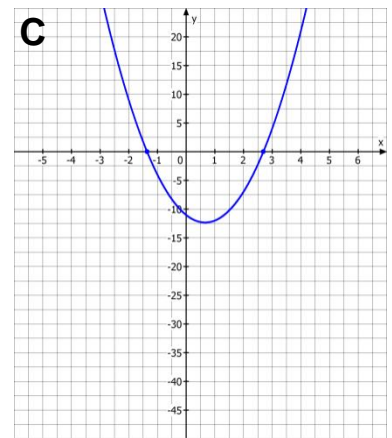
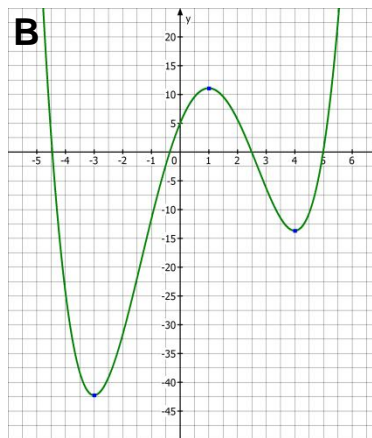
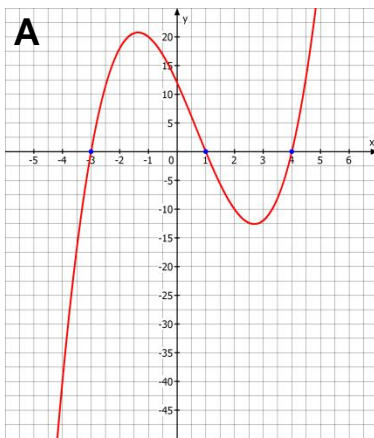
Klasse 11 / G8

1. Bestimmen Sie  $f'(x)$  und fassen Sie das Ergebnis so weit wie möglich zusammen.

a)  $f(x) = 8\sqrt{x} + \frac{\pi}{2}$       b)  $f(x) = 2a \cdot x^{\frac{4}{5}}$       c)  $f(x) = \frac{12}{x} \cdot \cos x$

d)  $f(x) = \sin^2 x$       e)  $f(x) = \frac{2}{x^4 + 5}$       f)  $x^3 \cdot \cos(2x + 1)$

2. Die Bilder A bis C enthalten die wesentlichen Ausschnitte von drei Funktionsgraphen. Es sind die Funktion  $f(x)$ , ihre Ableitung  $f'(x)$  sowie eine mögliche Stammfunktion  $F(x)$ . Ordnen Sie die richtige Funktion zu und begründen Sie Ihre Auswahl.



3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \frac{x^2 + kx}{x - 5}$  mit  $k \in \mathbb{R}$ .

- a) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion.
- b) Für welche Werte von  $k$  besitzt die Funktion  $f(x)$  genau zwei Punkte mit horizontaler Tangente?
- c) Bestimmen Sie das Monotonieverhalten (Steigungsverhalten) der Funktion für  $k = -\frac{9}{5}$  und geben Sie Art und Lage der Extrempunkte an.

4. Mit einem Federkatapult wird vom Erdboden aus eine Kugel schräg nach oben geschossen. Die Flugbahn der Kugel kann näherungsweise durch eine Parabel

$$p: p(x) = -\frac{6}{81}(x - 9)^2 + 6 \text{ beschrieben werden.}$$

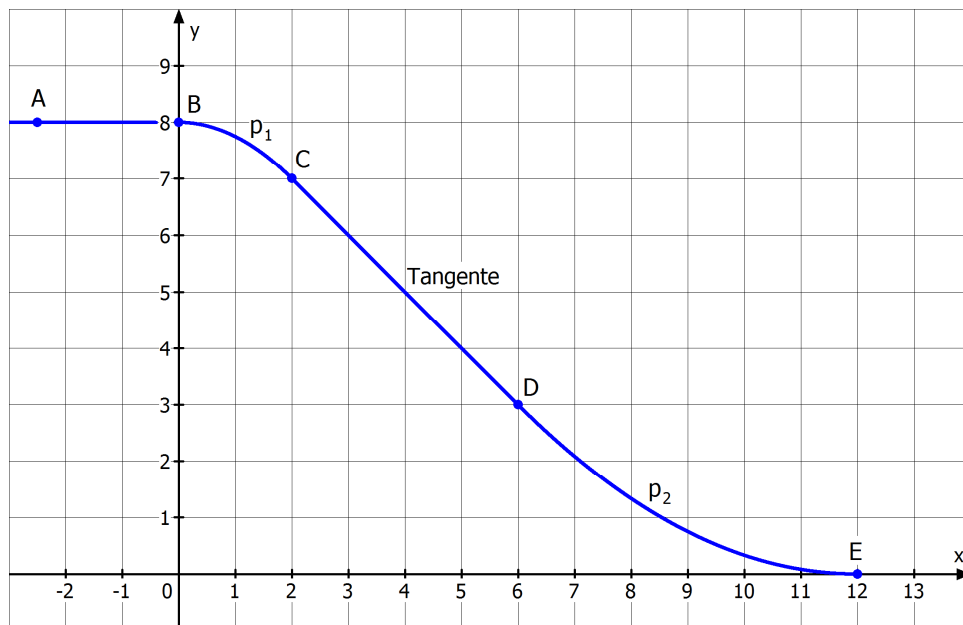
Die maximal erreichte Höhe über dem Erdboden betrug 6 m, die Wurfweite wurde mit 18 m gemessen.

Skizzieren und beschriften Sie die Situation in einem Koordinatensystem und berechnen Sie den Abschusswinkel.

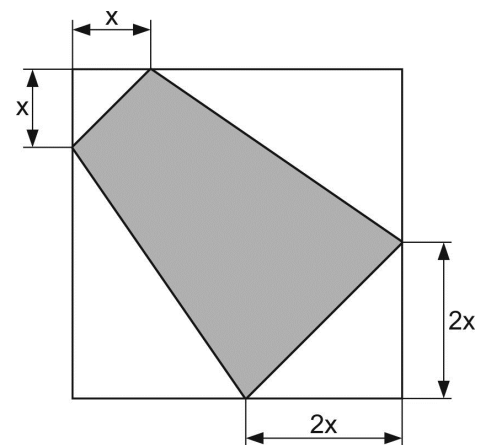
# 1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

5. Die Bahn einer Rutsche beginnt mit einem horizontalen Streckenabschnitt  $\overline{AB}$  mit  $B(0|8)$ , geht über in einen parabelförmigen Teil  $p_1$  mit  $p_1(x) = -0,25x^2 + 8$ , der im Punkt C durch eine Tangente  $t$  an die Parabel  $p_1$  fortgesetzt wird. Die Tangente  $t$  endet ohne Knick im Punkt  $D(6|3)$  an der Parabel  $p_2$ , die ihren tiefsten Punkt in  $E(12|0)$  hat.
- Geben Sie die Gleichung der Parabel  $p_2$  an.
  - Bestimmen Sie den Übergangspunkt C (Tangente an Parabel)
  - Beschreiben Sie mathematisch den Streckenverlauf (abschnittsweise) von B bis E.



6. Einem Quadrat mit dem Flächeninhalt  $144 \text{ cm}^2$  werden Trapeze einbeschrieben (siehe Skizze).
- Berechnen Sie die Flächeninhalte der Trapeze als Funktion von  $x$ .
  - Geben Sie das für  $x$  zulässige Intervall an.
  - Unter den Trapezen gibt es eines mit maximalem Flächeninhalt. Begründen Sie.
  - Berechnen Sie den Wert für  $x$ , der das Trapez mit maximalem Inhalt liefert.



Bemerkung:

Trapez einbeschreiben heißt, dass alle Eckpunkte des Trapezes genau auf den Quadratseiten liegen.