

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Untersuche folgende Grenzwerte:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 2x - 3(\sin x)^2}{3x - 5x^2}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \cos 3x}{4x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x \cdot \sin \frac{1}{x} \right)$$

2. Berechne die Gleichung der Normalen im Punkt $P_0(2/?)$ des Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = \frac{3+x}{3-x}$.

3. Gegeben ist eine Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 2 & \text{für } x \leq 1 \\ ax^2 - a + 3 & \text{für } x > 1 \end{cases} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}.$$

Bestimme a so, dass f an der Stelle $x_0 = 1$ differenzierbar ist.

4. Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$ und $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{6}i$.
Wandle beide Zahlen in die Polarform um und berechne damit $\frac{z_1}{z_2}$.
Überführe das Ergebnis dann wieder in die Normalform.

Hinweis: Ableitungen müssen als Grenzwerte berechnet werden.
Rechne möglichst exakt!