

## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Berechnen Sie – falls vorhanden – folgende Grenzwerte. Nennen Sie gegebenenfalls den links- und rechtsseitigen Grenzwert !

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(3x^2 + 2)^2}{2 - 3x^2 - 4x^4}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 + x} - x \right)$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 8}{6 + x - x^2}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2 - x^2) \cdot \sin(4x)}{x^3 - 3x}$$

2. Zeigen Sie mit exaktem Nachweis ( $\varepsilon - \delta$ -Methode), dass die Funktion  $f$  stetig ist.

$$f(x) = 2 - 3x$$

3. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{(x^2 + b \cdot x + c) \cdot \operatorname{sgn}(1-x)}{2x + 4}$ .

- Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion  $f$  an und schreiben Sie  $f(x)$  abschnittsweise ohne Verwendung der  $\operatorname{sgn}$ -Funktion.
- Zunächst soll die Funktion  $f$  für  $b = c = 1$  untersucht werden. Zeigen Sie, dass  $f$  nicht stetig ist ! Geben Sie dazu alle Stellen an, an denen  $f$  nicht stetig ist und begründen Sie dies.
- Bestimmen Sie die Werte der Parameter  $b$  und  $c$  so, dass  $f$  nicht nur stetig wird sondern sich sogar noch stetig auf  $\mathbb{R}$  fortsetzen lässt. Geben Sie diese stetige Fortsetzung von  $f$  an.

4. Das Polynom  $p(z) = z^3 - 3i \cdot z^2 + 13 \cdot z - 15i$  mit Koeffizienten aus  $\mathbb{C}$  soll faktorisiert werden.

- Zeigen Sie, dass  $z_1 = i$  eine Nullstelle des Polynoms  $p$  ist.
- Bestimmen Sie alle restlichen Nullstellen des Polynoms und faktorisieren Sie dann  $p(z)$  vollständig.