

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

ANALYSIS

1.
 - a) Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \cos(5\sqrt{2x})$.
 - b) Geben Sie eine Stammfunktion $G(x)$ an zur Funktion $g(x) = \frac{3}{x^3} + \frac{1}{e^x}$.
 - c) Gegeben ist die Funktion $h(x) = \frac{\ln(x+9)}{x-7}$. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge D_h und berechnen Sie die Nullstelle(n) von h .

2. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{8+5x}{\sqrt{x^2+4}}$ mit $x \in \mathbb{R}$
 - a) Bestimmen Sie die Intervalle, in denen der Graph monoton steigt und in denen der Graph monoton fällt.
 - b) In welchen Intervallen ist die Funktion umkehrbar?

3. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \ln(3x-12)$.
 - a) Zeigen Sie, dass f im Intervall $I =]4; +\infty[$ umkehrbar ist.
 - b) Bestimmen Sie einen Funktionsterm der Umkehrfunktion f^{-1} .

4. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{x^2-2}{e^{0,5x}}$ und $G = \mathbb{R}$.
 - a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge und die Schnittpunkte von G_f mit den Koordinatenachsen an.
 - b) Untersuchen Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$ und geben Sie die Gleichung der Asymptote an.
 - c) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten des Graphen von G_f und geben Sie Art und Lage aller Extrempunkte von G_f an.
 - d) Berechnen Sie die Werte $f(-2)$, $f(3)$, $f(8)$ und skizzieren Sie - auch mit Hilfe Ihrer bisher berechneten Werte - den Graph von f in ein Koordinatensystem.
Für das KOS: $-3 \leq x \leq 10$; $-3 \leq y \leq 6$

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

GEOMETRIE

5. Bestimmen Sie den Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ so, dass die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} \lambda \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ einen Winkel von 60° einschließen (2 Lösungen).
6. Die Eckpunkte $A(0|0|0)$, $B(2|0|4)$ und $C(-2|2|1)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC. Durch das Dreieck ist die Ebene E festgelegt.
- Zeigen Sie durch Rechnung: das Dreieck ABC ist bei A rechtwinklig.
 - Bestimmen Sie den Winkel $\gamma = \sphericalangle ACB$.
 - Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
 - Das Dreieck ABC ist die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide mit der Spitze $S(4|5|-2)$. Der Punkt S liegt nicht in der Ebene E.
Weisen Sie nach, dass der Vektor $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ zu \overrightarrow{AS} parallel ist. Nutzen Sie dann diese Aussage zur Berechnung des Volumens der Pyramide.
 - Die Seitenmitte M von [AB] ist der Mittelpunkt einer Kugel K. Der Eckpunkt C des Dreiecks ABC liegt genau auf dieser Kugel. Berechnen Sie den Radius r der Kugel K (Ergebnis nicht gerundet) und untersuchen Sie, ob die Spitze S der Pyramide im Inneren, oder auf der Oberfläche oder außerhalb der Kugel K liegt.