2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

ANALYSIS

1. Diskutieren Sie die Funktion $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}$. Untersuchen Sie $f(x)$ dabei auf

a) ihr Symmetrieverhalten

b) Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

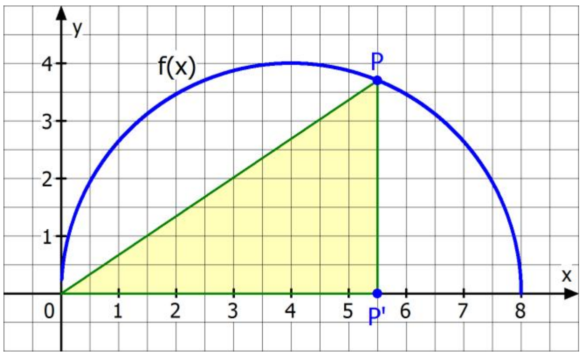
c) Polstellen (senkrechte Asymptoten)

d) Verhalten im Unendlichen; waagerechte Asymptote (Gleichung angeben)

e) Extrempunkte

f) Wendepunkte (ohne Nachweis); nicht im bayer. Lehrplan

2. Nebenstehendes Bild zeigt den Graph der Funktion f mit $f(x)=\sqrt{8x-x^2}$, $0\le x\le 8$.



$P(x\,|\,y)$ mit $x>0$ ist ein Punkt auf diesem Graph. $P'(x\,|\,0)$ mit $x>0$ ist Fußpunkt des Lotes von P auf die x-Achse.

Die Fläche des Dreiecks $OP'P$ soll maximal werden. Berechnen Sie für diesen Fall die Abszisse x des Punktes P'

Geben Sie den Wert des maximalen Flächeninhaltes an.

3. Bestimmen Sie jeweils die Definitions- und Lösungsmenge.

a) $(\ln x)^2+\ln x=6$

b) $e^x\cdot\ln(x-3)-e^x=0$

4. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\ln\left(x^2-x+1\right)$

a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge an.

b) Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitung.

c) Lösen Sie die Gleichung $f'(x)=0$.

5. Weisen Sie nach, dass $F(x)=\frac{3}{4}x^2\left(1-\frac{5}{12}x\right)-5$ eine Stammfunktion von $f(x)=\frac{1}{2}x\left(3-\frac{15}{8}x\right)$ ist.

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

GEOMETRIE

6. Im $\mathbb{R}^3$ sind die Punkte $A(2\,|-2\,|-1)$, $D(-4\,|-4\,|\,0)$ sowie $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ gegeben.

a) Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B.

b) Das Dreieck ABD ist gleichschenklig. Weisen Sie dies nach.

Berechnen Sie einen der Innenwinkel des Dreiecks ABD.

c) Durch einen Punkt C kann das Dreieck ABD zu einem Parallelogramm erweitert werden. Berechnen Sie die Koordinaten von C.

d) Das Parallelogramm ABCD ist Grundfläche einer Pyramide mit der Spitze $O(0\,|\,0\,|\,0)$. Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide.

e) Zeichnen Sie die Pyramide in ein dreidimensionales Koordinatensystem.

f) Die Diagonalen des Parallelogramms ABCD schneiden sich im Mittelpunkt M. M ist gleichzeitig auch Mittelpunkt einer Kugel k. Der Punkt A liegt genau auf der Kugeloberfläche.
Geben Sie die Kugelgleichung an und berechnen Sie das Volumen der Kugel k.