

## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

### Infinitesimalrechnung

1. Bestimme folgende Grenzwerte bzw. erläutere kurz ein unbestimmtes Verhalten:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\cos x - x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{\cos x - x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2x^2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x}$

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{2 + \cos x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x + 3x^2}{4x}$

2. Untersuche mit der h-Methode, ob die Funktion

$$f: x \rightarrow \begin{cases} 3 - 2x^2 & \text{für } x \leq 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

an der Stelle  $x_0 = 1$  differenzierbar ist und zeichne den Graphen von  $f$  im Bereich  $-1 \leq x \leq 3$  mit den beiden Halbtangenten an der Nahtstelle  $x_0 = 1$ .

### Komplexe Zahlen

Alle Ergebnisse sind in Normalform anzugeben.

3. Berechne  $z^{-1}$  für  $z = (1 - 3i) \cdot (4 + i)$ .

4. Gegeben ist die komplexe quadratische Gleichung  $z^2 - \frac{4}{i}z + a = 0$  mit  $a \in \mathbb{R}$ .  
Welche Lösungen hat die Gleichung für  $a = -13$  ?

5. Führe die angegebenen Operationen in  $\mathbb{C}$  durch:

a)  $\left| \frac{2 - 4i}{5 + 7i} \right|^2$

b)  $\frac{(1+i)(2+3i)(4-2i)}{(1+2i)^2(1-i)}$