

# 1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Gib für die Zahlenfolge 1, 3, 7, 15, 31, 63, ... eine explizite und eine rekursive Darstellung an.
2. Widerlege die folgenden (falschen) Behauptungen durch jeweils ein Gegenbeispiel. Erläutere kurz, worin bei den Gegenbeispielen der Widerspruch zu den Behauptungen besteht.
  - a) Jede monotone Folge ist konvergent.
  - b) Jede beschränkte Folge ist konvergent.
  - c) Jede beschränkte Folge ist genau dann konvergent, wenn sie monoton ist.
3.
  - a) Gib eine monoton abnehmende Folge an, die den Grenzwert 5 hat.
  - b) Gib eine Folge an, für die 1 größte untere Schranke und 8 kleinste obere Schranke ist.
4. Gegeben sei die Folge  $(a_n)$  durch die Gleichung  $a_n = \frac{4n^2 - 5}{2n^2 + 2}$ 
  - a) Stelle die ersten acht Glieder der Folge auf der Zahlengeraden dar.
  - b) Untersuche die Folge auf Monotonie.
  - c) Zeige, dass die Folge den Grenzwert 2 hat.
  - d) Ab welchem Folgenglied sind alle weiteren Folgenglieder größer als 1,995 ?
5. Weise nach, dass die Folge  $a_n = \frac{6n - (-1)^n}{2n}$  den Grenzwert 3 hat.
6. Zeige, dass für jede geometrische Folge  $(a_n)$  die Gleichung  $a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$  gilt.