Gymnasium

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Gegeben ist die gebrochen rationale Funktion $f(x) = \dfrac{-x^2 - 2{,}5x}{x^2 + x - 3{,}75}$

a) Bestimme den Definitionsbereich der Funktion f !

b) Wo schneidet der Graph die x-Achse ?

c) Welche Definitionslücke ist behebbar ? Welche „mathematische“ Beobachtung macht man an dieser Stelle ? Gib auch die stetige Fortsetzung von f an und erläutere sie mit einem Satz !

d) Bestimme das Verhalten von f in der Umgebung der Polstelle !

e) Untersuche das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$!

f) Zeichne den Graphen im Intervall [-3,5; 4,5] !

2. a) Untersuche folgende Funktionen auf Symmetrie:

$f_1(x) = \dfrac{5x^3}{6 + 0{,}5x^2}$ $\qquad$ $f_2(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^4 + 7x + 9}$

Der Lösungsweg soll dabei erkennbar sein !

b) Gib folgenden Grenzwert an: $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{(3x-2)^2(x+6)}{4x^3}$

3. Für diese Aufgabe ist etwas mathematisches „Gefühl“ erforderlich.
Zunächst sind zwei möglichst einfache gebrochen rationale Funktionen gesucht !

a) Eigenschaften von g:
- Definitionsbereich D = $\mathbb{R} \setminus \{-1{,}5\}$
- Nullstelle für x = 2
- $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = 4$

b) Eigenschaften von h:
- Polstelle für x = 3
- Die Funktion besitzt keine Nullstellen, der Zähler ist aber nicht konstant !
- $\lim\limits_{x \to \infty} h(x) = 2$

c) **<u>Vier Angaben</u>** über den Verlauf des Graphen der folgenden Funktion sollen der Funktionsgleichung entnommen werden, **ohne** eine Wertetabelle zu erstellen ! Skizziere auf dieser Basis den Graphen <u>qualitativ</u> !

Hinweis: Qualitativen Verlauf des Graphen darstellen bedeutet den Graph ohne Wertetabelle aber evtl. mit markanten Punkten (Nullstellen, Hoch-, Tiefpunkte usw.) skizzieren

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + 2}$$