

# 1. Mathematikschulaufgabe - Grundkurs

Klasse 12

Gegeben ist die Funktion  $f_k: x \mapsto f_k(x) = 2x + \frac{1-k}{k}x^2$  mit  $k > 1$ .

1.
  - a) Bestimme die Schnittpunkte des Graphen von  $f_k$  mit der x-Achse sowie die Lage des Extremums.
  - b) Berechne den Parameter  $k$  so, daß das von der x-Achse und dem Graphen  $G_{f_k}$  eingeschlossene Flächenstück  $5\frac{1}{3}$  FE hat.
  
2. nun sei  $k = 2$ .
  - a) Zeichne den Graphen  $G_{f_2}$  im Bereich  $-1 \leq x \leq 5$  mit Maßstab  $1 \text{ LE} \hat{=} 2 \text{ cm}$ .
  - b) Eine Gerade durch den Ursprung geht durch den Scheitel der Parabel ( $G_{f_2}$ ). Diese Gerade zerlegt die Fläche  $A$ , die der Graph von  $f_2$  mit der x-Achse einschließt in zwei Teilflächen. Berechne das Verhältnis der beiden Teilflächen. Das Ergebnis von 1b) kann verwendet werden.
  
3.
  - a) Gib die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $f_2$ , die die Steigung  $m = 1$  hat, an.
  - b) Bestimme die Stammfunktion zu  $h: y = x + \frac{1}{2}$ , die durch den Punkt  $P(5/12)$  verläuft.
  - c) Lässt sich die gefundene Stammfunktion als Integralfunktion schreiben? Bestimme die untere Grenze  $a$  dieses Integrals.
  
4.
  - a) Zeige nun, dass die Funktion  $f_2$  im Definitionsbereich  $D = [-1; 5]$  nicht umkehrbar ist.
  - b) Bestimme die maximalen Teilbereiche von  $D_f$ , in denen Einschränkungen von  $f$  umkehrbar sind. Ermittle zu jedem der Teilbereiche die Gleichung der entsprechenden Umkehrfunktion. Gib zu den Funktionsgleichungen jeweils Definitionsmenge und Wertemenge an.
  - c) Trage in die Zeichnung von 2a) die Graphen der Umkehrfunktionen so ein, dass die Zuordnung zwischen  $f$  und  $f^{-1}$  erkennbar ist.