

3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Die Punktmenge $K = \left\{ z \mid \frac{|z-3|}{|z+3|} = 2 \right\}$ beschreibt einen Kreis in der komplexen Zahlenebene.

Gib K auch in den Schreibweisen $\{z \mid zz^* - m^*z - mz^* + \gamma = 0\}$ und $\{z \mid |z-m| = r\}$ an!

2. Berechne folgenden Grenzwert mit Hilfe der Grenzwertregeln. Achte auf die korrekte Schreibweise. Der Rechenweg muss deutlich erkennbar sein!

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x^3 + 3}{5x^5 - x^2 + 2x}$$

3. Gegeben ist die abschnittsweise definierte Funktion f mit $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+1)(x+2)}{x+2} & \text{für } x < 1 \\ -x^2 + 2x + 1 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

- Berechne die Nullstellen von f !
 - Untersuche das Verhalten von f für $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ und für $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$!
 - Untersuche das Verhalten von f für $\lim_{x \rightarrow -2_-} f(x)$ und für $\lim_{x \rightarrow -2_+} f(x)$!
 - Überprüfe mit Hilfe der h-Methode, ob f an der Stelle $x_0 = 1$ stetig ist.
 - Überprüfe mit Hilfe der h-Methode, ob f an der Stelle $x_0 = 1$ differenzierbar ist.
 - Skizziere den Graphen von f unter Verwendung der Ergebnisse!
4. Berechne folgenden Grenzwert. Die abkürzende Schreibweise darf verwendet werden, der Rechenweg muss jedoch deutlich erkennbar sein!

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \cos(x-3)}{x^2 - 6x + 9}$$

Tip: Substituiere im Verlauf der Rechnung $y = x - 3$ und ändere die Limeschreibweise entsprechend. Denke an den sinnvollen Gebrauch des

Grenzwerts $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{y} = 1.$