

## 2. Mathematikschulaufgabe Leistungskurs

Klasse 12

1. Zu betrachten ist die Funktion  $f : x \rightarrow y = \frac{1}{2}x\sqrt{4-x^2}$ .
- Bestimme die größtmögliche Definitionsmenge  $ID$  und die Nullstellen von  $f$  !  
Welche Symmetrie des Graphen liegt vor ?
  - Berechne  $f'(x)$  und untersuche  $f'(x)$  an den Rändern des Definitionsbereiches (von  $f$ ) ! Berechne Hoch- und Tiefpunkt des Graphen !
  - Skizziere den Graphen von  $f$  unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse !
  - Welchen Inhalt hat die vom Graphen und der  $x$ -Achse eingeschlossene Fläche im Intervall  $[0; 2]$  ?  
Hilfe: Beweise, dass  $F(x) = -\frac{1}{6}(4-x^2)^{\frac{3}{2}}$  eine für die Lösung geeignete Stammfunktion ist !
  - Betrachte jetzt das Intervall  $[-2; 2]$ . Der Graph von  $f$  rotiert um die  $x$ -Achse und erzeugt einen Rotationskörper. Berechne dessen Volumen !
2. Für ein Kurstreffen müssen von den 13 Schülern des Kurses 3 Schüsseln mit Salaten mitgebracht werden. Der Kursleiter nimmt 3 Zettel und beschriftet sie.
- Fall A: die Salate werden namentlich bezeichnet (z.B. durch eine Nummer)
- Fall B: auf jedem Zettel steht nur das Wort „Salat“.
- Anschließend verteilt er die Zettel (zufällig) an die Schüler. Es ist möglich, dass ein Schüler auch mehrere Zettel erhält. Wer einen (oder mehrere) Zettel erhält, muss den/die Salat(e) mitbringen.
- Auf wie viele verschiedene Arten können die Zettel verteilt werden – im Fall A und im Fall B ?
3. In einer Urne befinden sich zunächst eine rote und drei grüne Kugeln. Es wird eine Kugel gezogen und ihre Farbe notiert. Dann wird die Kugel zurückgelegt und zwei weitere mit derselben Farbe werden in die Urne gelegt. Nach dieser Methode wird ein zweites und dann noch ein drittes Mal gezogen.
- Fertige ein Baudiagramm an und beschrifte es mit Wahrscheinlichkeiten !
  - Berechne die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse !  
 $E_1 :=$  „Es werden genau 2 grüne Kugeln gezogen.“  
 $E_2 :=$  „Die zuletzt gezogene Kugel ist rot.“

**siehe Blatt 2**

## 2. Mathematikschulaufgabe Leistungskurs

Klasse 12

4. Neben einer Urne mit 3 schwarzen Kugeln und 6 weißen Kugeln liegt eine schwarze Kugel. Ein Spieler hat vorab die Möglichkeiten: Er kann die Urne unverändert lassen, er kann die schwarze Kugel in die Urne zusätzlich hineinlegen oder die schwarze Kugel gegen eine weiße austauschen. Es werden 5 Kugeln mit einem Griff (also auf einmal) gezogen. Man betrachtet das Ereignis

A:= „Genau 3 schwarze (und 2 weiße) oder genau 4 weiße (und 1 schwarze) Kugeln“

Tritt A ein erhält der Spieler das Doppelte seines Einsatzes als Gewinn.

- a) Kann sich ein Spieler durch Abänderung des Urneninhalts Vorteile verschaffen ?  
Berechne alle drei Gewinnwahrscheinlichkeiten !
- b) Das Spiel wird nun 4 mal gespielt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat man am Ende einen Gewinn (nach Abzug aller Einsätze) erzielt ? Führe zur Beantwortung folgende Aufgaben aus:
- 1. Gib ein für diese Aufgabe geeignetes Urnenmodell an !  
(Zusammensetzung der Urne, Art der Ausführung des Experiments)  
Falls die Aufgabe a) nicht gelöst werden konnte, verwende man hier das  
Ergebnis  $p = \frac{10}{21}$ .
  - 2. Berechne die geforderte Wahrscheinlichkeit von Aufgabe b) !