

## 2. Mathematikschulaufgabe Leistungskurs

Klasse 12

1. Zu betrachten ist die Funktion  $f : x \rightarrow y = \sqrt{\frac{x-2}{4-x}}$ .
- Bestimme die größtmögliche Definitionsmenge D und die Nullstelle von f !
  - Berechne  $f'(x)$  und untersuche  $f'(x)$  an den Rändern des Definitionsbereichs !  
Ist die Funktion f umkehrbar ? (Begründung !)  
Zur Kontrolle:  $f'(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x-2}} \cdot \frac{1}{(4-x)^2}$
  - Skizziere den Graphen von f ! (Es genügt, die Punkte für  $x = 3$  und  $x = 3,5$  zu berechnen.)
  - In welchem Punkt P besitzt die Umkehrfunktion von f eine waagrechte Tangente ?  
Gib die Koordinaten von P an und begründe, ohne  $f^{-1}$  direkt zu berechnen !
  - Betrachte für diese Aufgabe das Intervall  $[2; 3]$ . Der Graph von f rotiert um die x-Achse und erzeugt einen Rotationskörper. Berechne dessen Volumen !  
Hilfe: Beweise, dass  $F(x) = -x - 2 \ln(4-x)$  eine für die Aufgabenstellung geeignete Stammfunktion ist !
2. Bei einer Prüfung sind erfahrungsgemäß 25% der sich anmeldenden Kandidaten „Wiederholer“. Vor Beginn der Prüfung können die Kandidaten „zurücktreten“. Davon machen 15% der Wiederholer und 28% der anderen Kandidaten Gebrauch. Man verwende:  $W :=$  „Kandidat ist Wiederholer“ und  $R :=$  „Kandidat ist von der Prüfung zurückgetreten“
- Zeichne für die Situation ein Baudiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten !
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein beliebig herausgegriffener Kandidat ein Wiederholer und zugleich einer, der zurückgetreten ist ?
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Kandidat Wiederholer, wenn er die Prüfung abgelegt hat ?
  - Untersuche die Ereignisse W und R auf Unabhängigkeit !
  - Auf der Anmeldeliste zur Prüfung wird vermerkt, ob ein Kandidat Wiederholer ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau auf dem 4. Platz der Liste zum ersten Mal ein Wiederholer steht ? (Die Anmeldung erfolgt „unabhängig“)
3. Bei einer Prüfung werden aus dem Fachgebiet A vier Aufgaben vorgelegt, aus dem Aufgabengebiet B sind es sechs Aufgaben und aus dem Aufgabengebiet C drei Aufgaben. Der Prüfling muss aus jedem Gebiet mindestens eine Aufgabe auswählen; insgesamt muss er vier Aufgaben bearbeiten.
- Wie viele Möglichkeiten der Aufgabenzusammenstellung gibt es ? (ZwErg: 360)
  - Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Prüfling von jedem Fachgebiet den ersten Vorschlag (und irgendeine vierte Aufgabe) gewählt ?

## 2. Mathematikschulaufgabe Leistungskurs

Klasse 12

4. In Urne I befinden sich 3 schwarze und  $k$  weiße Kugeln. In Urne II befinden sich 2 schwarze und ebenfalls  $k$  weiße Kugeln.  
Experiment: Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.  
Ereignis  $A :=$  „genau eine Kugel ist schwarz“ (die Reihenfolge spielt keine Rolle)  
Mit  $P_1(A)$  sei die Wahrscheinlichkeit von  $A$  bei der Ziehung aus Urne I und mit  $P_2(A)$  die Wahrscheinlichkeit von  $A$  bei der Ziehung aus Urne II bezeichnet.  
Welche Bedingung muss die natürliche Zahl  $k$  erfüllen, dass  $P_1(A)$  größer ist als  $P_2(A)$  ?