

1. Mathematikschulaufgabe - Leistungskurs

Klasse 12

Analysis:

1. Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktionenschar

$$f_a : x \mapsto f_a(x) = \frac{a+x}{e^x} \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}_0^+.$$

Der Graph von f_a heißt G_{f_a} .

- Bestimme in Abhängigkeit von a die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_{f_a} mit den Koordinatenachsen!
- Untersuche das Verhalten von f_a für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$!
- Bestimme die Lage und Art des Extrempunktes und berechne die Koordinaten des Wendepunktes!

$$\text{(Zwischenergebnis: } f_a''(x) = \frac{x+a-2}{e^x} \text{)}$$

- Zeichne den zu $a = 2$ gehörenden Graphen im Intervall $-2 \leq x \leq 4$!
(Für die Zeichnung: Hochformat, Ursprung in der Blattmitte, 1 LE = 2 cm)
- Stelle die Gleichung der Wendetangente w_a auf, die zum Graphen der Funktion f_a gehört!

$$\text{(Zwischenergebnis: } w_a : y = \frac{-1}{e^{2-a}}x + \frac{4-a}{e^{2-a}} \text{)}$$

Zeichne die Wendetangente w_2 in die Skizze von Aufgabe 1 d) ein!

- Die Wendetangente w_a und die positiven Koordinatenachsen bestimmen ein Dreieck. Berechne die Dreiecksfläche in Abhängigkeit von a !
- $F_a(x) = -\frac{x+a+1}{e^x}$ sei eine Stammfunktion von $f_a(x)$.

Untersuche, ob $\lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^k f_a(x) dx$ existiert!

- Blatt 2 -

1. Mathematikschulaufgabe - Leistungskurs

Klasse 12

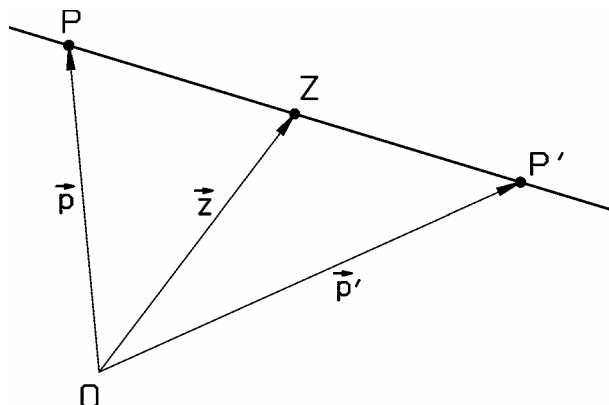
Stochastik:

2. In einer Urne liegen je eine rote, grüne, blaue und schwarze Kugel. Man zieht eine Kugel und betrachtet die Ereignisse
- A: „Die gezogene Kugel ist rot oder grün“
 B: „Die gezogene Kugel ist rot oder blau“
 C: „Die gezogene Kugel ist rot oder schwarz“
- Zeige, dass diese drei Ereignisse paarweise unabhängig sind, insgesamt aber abhängig !
3. Vier Sonntagsjäger schießen einmal gleichzeitig auf einen Hasen. Ihre Trefferwahrscheinlichkeit beträgt jeweils 0,2, 0,3, 0,4 und 0,5.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Hase
- (1) überhaupt getroffen ?
 (2) genau einmal getroffen ?

Analytische Geometrie:

4. Sei $(G, *)$ eine Gruppe, a ein beliebiges Element aus G , \bar{a} das inverse Element von a und e das neutrale Element von G .
 Zeige mit Hilfe der Gruppenaxiome: $\overline{\bar{a}} = a$!
5. Spiegelt man den Punkt P am Zentrum Z nach P' (siehe Skizze), so gilt:
 $\vec{p}' = 2\vec{z} - \vec{p}$
 Leite diese Beziehung mit Hilfe der Eigenschaften der Punktspiegelung und der Vektorrechnung her !

Skizze:



Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner

Arbeitszeit: 90Minuten