

1. Mathematikschulaufgabe Grundkurs

Klasse 12

Aufgabe 1

Gegeben ist die Funktionenschar $f_a : x \mapsto \frac{1}{2}x(x-a)^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$.

Berechne a so, dass das vom Graphen G_{f_a} und der x -Achse eingeschlossene Flächenstück den Wert $3\frac{3}{8}$ FE hat.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto -2x + 4$; $D_f = \mathbb{R}$.

a) Für welches $a > 0$ gilt:

$$\int_{3a}^{4a} f(x) dx = -2$$

b) Gib eine Stammfunktion F_0 zu f an, welche bei $2 + 2\sqrt{2}$ eine Nullstelle besitzt.

[Ergebnis: $C = 4$]

c) Welchen Flächeninhalt besitzt das Flächenstück, das die Graphen von f und F_0 einschließen?

d) Für welche $C \in \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion auch Integralfunktion zu f ?

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion

$f : x \mapsto \frac{x}{2} [1 + (\ln x)^2]$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}^+$.

Ihr Graph wird mit G_f bezeichnet.

Hinweis: Im Folgenden darf der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0+0} [x(\ln x)^n] = 0$ für $n \in \mathbb{N}$ ohne Beweis verwendet werden.

a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{1}{2}(1 + \ln x)^2$ ist und folgere daraus ohne Verwendung der zweiten Ableitung, dass G_f keinen Extrempunkt besitzt.

b) Ermittle das Krümmungsverhalten von G_f und weise nach, dass G_f genau einen Terrassenpunkt besitzt. Berechne dessen Koordinaten.

c) Untersuche das Verhalten von $f(x)$ an den Grenzen des Definitionsbereichs. Gib die Wertemenge W_f der Funktion f an.

d) Weise nach, dass $F : x \rightarrow \frac{x^2}{8} [2(\ln x)^2 - 2\ln x + 3]$ mit $x \in \mathbb{R}^+$ eine Stammfunktion von f ist.