

## 2. Mathematikschulaufgabe - Grundkurs

Klasse 12

1. Die Fläche zwischen der Normalparabel  $f(x) = x^2$  und der x-Achse im Bereich zwischen  $x = 0$  und  $x = 2$  soll durch Aufstellen der Untersummen zunächst näherungsweise und dann exakt bestimmt werden.
  - a) Berechne die Untersumme  $s_4$ .
  - b) Formuliere allgemein den Term für  $s_n$  und bestimme dann durch Grenzwertbildung die gesuchte Fläche.
  
2. Gegeben ist die Funktionenschar  $f(x) = a - a^3x^2$  mit  $a > 0$ .
  - a) Zeichne die Graphen von  $G_f$  für  $a = 0,5$  und  $a = 1$ .
  - b) Berechne den Inhalt der Fläche, die von der speziellen Scharcurve für  $a = -2$  und dem Graphen der Funktion  $g(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 8$  eingeschlossen wird.
  - c) Bestimme die Gleichung der Tangente an  $G_f$  in der positiven Nullstelle von  $f(x)$ .  
(Ergebnis:  $y = -2a^2x + 2a$ )
  - d) Weise nach, dass  $G_f$ , die y-Achse und die Tangente aus c) eine für alle  $a$  gleiche Fläche einschließen.
  
3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = 3e^{1-x^2}$ .
  - a) Führe eine Kurvendiskussion durch (Definitionsmenge, Symmetrie, Grenzwerte an den Rändern von  $D$ , Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, Wertemenge).
  - b) Jemand behauptet,  $f(x)$  sei
    - α) Stammfunktion einer anderen Funktion
    - β) die integralfreie Form einer Integralfunktion.
 Stimmt das ? (Begründung)
  - c) Bestimme den größtmöglichen auf dem Zahlenstrahl nach links unbegrenzten Definitionsbereich, wo  $f(x)$  umkehrbar ist und berechne die Ableitung der zugehörigen Umkehrfunktion  $\bar{f}(x)$  im Punkt  $P(3|?)$ .
  
4. Bilde die Ableitung der Funktion  $f(x) = \frac{\sqrt{x} \cdot \sin 2x}{e^{\cos x}}$ ;  $x \in [0; 2\pi]$  und gib an, für welche  $x$  alle Stammfunktionen von  $f(x)$  streng monoton fallend sind.