1. Mathematikschulaufgabe - Leistungskurs

Klasse 12

1. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 6 - 6 \cdot x^{-2}$ mit $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

a) Untersuchen Sie das Schaubild K der Funktion f auf Symmetrie, Asymptoten und Schnittpunkte mit der x-Achse.

b) Zeichnen Sie K und seine Asymptoten in ein Koordinatensystem für $-6 \le x \le 6$; $1\,\text{LE} \mathrel{\hat{=}} 1\,\text{cm}$

c) Für welche Werte von x ist der Abstand eines Punktes auf dem Graphen von der waagerechten Asymptote kleiner als 0,5 ?)

d) Die Geraden x = 1 und x = a mit a > 1, die x-Achse und die waagerechte Asymptote bilden ein Rechteck. Das Rechteck wird durch den Graph K in zwei Teile mit den Flächen A_1 und A_2 geteilt.
Ermittle den Wert für a so, dass gilt: $A_1 = A_2$.

2. Bestimmen Sie, für welchen Wert des Parameters k > 0 die von den Graphen der Funktionen $f(x) = x^2 - 2x + 2$ und $g(x) = kx + 2$ eingeschlossene Fläche den Inhalt A = 36 hat !

3. Gegeben ist eine Funktionenschar $f_p : x \mapsto px - p;\ D = \mathbb{R};\ p \in \mathbb{R}^+$.
Welche Stammfunktionen aus der Schar aller Stammfunktionen $F_{p,C}$ von f_p sind keine Integralfunktionen $I_{p,a}$ von f_p?

4. Otto und Susi tragen einen Tischtenniswettkampf aus. Wer zwei Spiele hintereinander oder insgesamt drei Spiele gewinnt, ist Sieger des Wettkampfes.

a) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und geben Sie den Ergebnisraum an !

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es für einen Spieler, den Wettkampf zu gewinnen ?

c) Susi hat schon 9 von 10 solcher Wettkämpfe gewonnen.
Mit welcher relativen Häufigkeit gewann sie ein Spiel, wenn jeder Wettkampf die maximale Spielanzahl dauerte ?

5. A, B und C seien Ereignisse des Ergebnisraums Ω.

a) Schreiben Sie die folgenden Ereignisse formal mit den Zeichen $\cup, \cap, \overline{}$:
- Mindestens eines der drei Ereignisse tritt ein.
- Höchstens zwei der drei Ereignisse treten ein.

b) Formulieren Sie möglichst prägnant in Worten:
- $\overline{A \cup B \cup C}$
- $(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$

c) Vereinfachen Sie soweit wie möglich:
$[(A \cap \overline{A}) \cup (\overline{\overline{A} \cap B})] \cup [(\overline{B \cup C}) \cap (A \cup \overline{A})]$