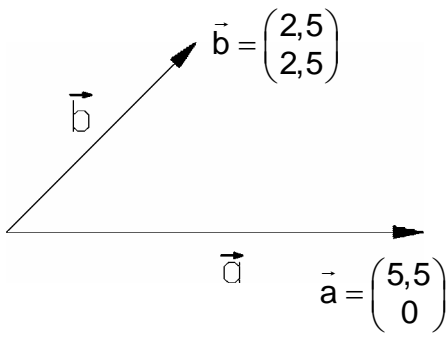


1. Mathematikschulaufgabe - Leistungskurs

Klasse 12

1. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{x \cdot \ln x}$;
- Bestimmen Sie D_{\max} und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
 - f hat genau ein lokales Maximum. Wo liegt es ?
 - Berechnen Sie den Flächeninhalt, den der Graph der Funktion mit der x -Achse zwischen den Ordinaten $x = e$ und $x = e^2$ einschließt.
2. Zur Berechnung von Potenzen a^b (wobei $a \in \mathbb{R}^+, b \in \mathbb{R}$) stehen in der Computersprache PASCAL nur die Funktionen EXP(X) und LN(X) zur Verfügung. Welchen Ausdruck muss man für a^b in ein PASCAL-Programm eingeben ?
3. In einem Land sind 5% aller Einwohner Millionäre. Wie viele Einwohner muss man mindestens (zufällig) auswählen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von wenigstens 90% mindestens ein Millionär dabei ist ?
4. Um die Güte eines Tests zur Untersuchung von Boviner Spongiformer Enzephalopathie (BSE) zu prüfen, werden 100 Rinder, von denen 10 BSE haben, getestet. Von den gesunden Rindern erbrachte der Test bei 20% den Hinweis auf BSE, von den infizierten bei 90%. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Rind tatsächlich BSE-infiziert ist, wenn der Test auf die Krankheit hingewiesen hat ?
5. a) Zeichnen Sie (beschriftete) Repräsentanten von \vec{a}, \vec{b} (s. Abb.) $\vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{a} - \vec{b}$ mit gemeinsamem Fußpunkt auf Ihr Blatt.
- b) Welche Bedingungen müssen für zwei Pfeilvektoren \vec{x}, \vec{y} ($\vec{x}, \vec{y} \neq \vec{0}$) erfüllt sein, damit $(\vec{x} + \vec{y}) \perp (\vec{x} - \vec{y})$ gilt ?
- 
6. Es sei $M =]0; 1[$. Für $a, b \in M$ definieren wir die innere, assoziative (braucht nicht bewiesen werden !) Verknüpfung:
- $$a \circ b = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right) \left(\frac{1}{b} - 1\right)}$$
- Zeigen Sie: $\frac{1}{2}$ ist neutrales Element in (M, \circ) .
 - Ist (M, \circ) eine Gruppe ? Begründung !
- Anmerkung:
(b) geht über den normalen Stoff des Gymnasiums hinaus)