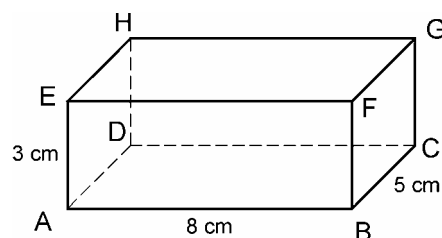


4. Mathematikschulaufgabe - Leistungskurs

Klasse 12

- Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{1}{3} x \sqrt{x-3}$.
 - Geben Sie die maximale Definitionsmenge D_f und die Wertemenge von f an.
 - Zeigen Sie, dass gilt: $f'(x) = \frac{x-2}{2\sqrt{x-3}}$. Bestimmen Sie das Monotonieverhalten von f .
 - Der Graph G_f wird an der x-Achse gespiegelt. Die zwischen Graph und Spiegelbild entstehende rechtsoffene Fläche wird durch die Gerade mit der Gleichung $x - 7 = 0$ abgeschlossen. Welche Maßzahl hat dieses Flächenstück? (exaktes Ergebnis!)
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Substitutionsmethode eine Stammfunktion zu $f(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$. Ist jede Stammfunktion von f auch eine Integralfunktion $F_a(x) = \int_a^x \frac{e^t}{(e^t + 1)^2} dt$? (Begründung!)
- Der Inhalt automatisch abgefüllter Milchflaschen soll 1000 ml betragen, wobei eine gewisse Abweichung zulässig sei. Eine Überprüfung ergab für den Inhalt den Erwartungswert 1000 ml bei einer Standardabweichung von 10 ml. Welche maximale Abweichung vom Sollinhalt muss erlaubt werden, wenn der Inhalt einer zufällig ausgewählten Flasche mit über 95% Wahrscheinlichkeit im zulässigen Toleranzbereich liegen soll?
- In einer großen Lieferung von Kinderüberraschungs-Eiern befindet sich laut Herstellerangabe in jedem 10. Ei ein Schlumpf.
 - Otto kauft sich viermal hintereinander zufällig ein Ei. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergattert er dabei genau zweimal hintereinander einen Schlumpf?
 - Um die Herstellerangabe zu testen, kauft Otto zufällig 30 Eier. Sind darunter mindestens 3 Schlümpfe, glaubt er dem Hersteller, sonst nicht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit glaubt Otto dem Hersteller irrtümlicherweise, wenn in Wahrheit nur in jedem 20. Ei ein Schlumpf ist?

- Sei M der Schnittpunkt der Raumdiagonalen des abgebildeten Quaders. Berechnen Sie $\angle AMB$.



- Beschreiben Sie genau die Menge aller Punkte, für deren Ortsvektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ die folgende Gleichung gilt: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 8x_1 + 4x_2 - 6x_3 + 17 = 0$

- Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarproduktes und einer Skizze, dass die Diagonalen einer Raute aufeinander senkrecht stehen.