

# 1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Gegeben ist die reelle Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + a$ .
  - a) Bestimmen Sie den Wert des Parameters  $a$  so, dass  $f$  an der Stelle  $x_1 = 2$  eine Nullstelle besitzt.
  - b) Zeigen Sie, dass  $f$  zwei weitere Nullstellen hat, wenn man den in 1a) gefundenen Wert für  $a$  einsetzt. Ermitteln Sie diese beiden weiteren Nullstellen.
  
2. Gegeben ist die reelle Funktion  $g$  mit  $g(x) = 2 \cdot |x - 1| - x$  und  $D_g = \mathbb{R}$ .
  - a) Geben Sie  $g(x)$  abschnittsweise ohne Verwendung von Betragsstrichen an.
  - b) Zeichnen Sie den Graphen von  $g$  sauber in ein Koordinatensystem
  - c) Der Graph von  $g$  hat einen „Knick“. Berechnen Sie den „Knickwinkel“!
  
3. Im Folgenden soll die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{9-x^2}} - 1$  untersucht werden.
  - a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $D_f$  und alle Nullstellen von  $f$ . Welche Symmetrie hat der Graph von  $f$ ?
  - b) Zeigen Sie mit einer ausführlichen Rechnung, dass  $f$  im Intervall  $J = [0; 3[$  streng monoton steigend ist.  
Geben Sie nun den Wertebereich  $W_f$  der Funktion  $f$  an.
  
4. Rechnen mit komplexen Zahlen
  - a) Geben Sie die Zahl  $-2\sqrt{3} + 6i$  in Polarform an.
  - b) Lösen Sie die Gleichung in der Grundmenge  $\mathbb{C}$  der komplexen Zahlen.  
 $z + (1+i) \cdot z^* = 3 - i$  ( $z^*$  gibt hierbei die zu  $z$  konjugiert komplexe Zahl an.)