

### 3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Bestimmen Sie jeweils die Ableitung  $f'(x)$  durch Anwendung der Ableitungsregeln:
  - a)  $f(x) = -\frac{1}{4}x^6 - 2\sin(x)$
  - b)  $f(x) = \frac{3}{x^3} + \sqrt{5}$
  - c)  $f(x) = (3x^4 + 1) \cdot \frac{1}{x}$
  
2. Berechnen Sie für den Graphen der Funktion  $f(x) = \cos(x)$ ,  $x \in [0; 2\pi]$  die Abszissen jener Kurvenpunkte, für die die Tangente senkrecht ist zur Geraden  $g: 6x + 3y - 1 = 0$ . Geben Sie - soweit möglich - exakte Werte an.
  
3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = \sqrt{x}$  mit  $x \in \mathbb{R}_0^+$ .
  - a) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente  $t$  an den Graphen von  $f$  im Punkt  $P(4/?)$ .
  - b) Zeigen Sie:  
Die Tangente an  $G_f$  im beliebigen Punkt  $P(x_p / y_p)$  schneidet die  $y$ -Achse im Punkt  $(0/0,5y_p)$
  
4. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^3 + ax^2$  und dem Parameter  $a \in \mathbb{R}$ . Bestimmen Sie  $a$  so, dass  $G_f$  an der Stelle  $x_1 = 2$  eine horizontale Tangente hat. Untersuchen Sie für den ermittelten Wert von  $a$  das Monotonieverhalten von  $f$ . Hat  $G_f$  an der Stelle  $x_1 = 2$  einen Hoch-, Tief- oder Terrassenpunkt?
  
5. Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$  mit  $x \in \mathbb{R}$  soll untersucht und skizziert werden.
  - a) Beweisen Sie die Stetigkeit von  $f$  in  $\mathbb{R}$ .
  - b) Ist  $f$  an der Stelle  $x_0 = 0$  differenzierbar (ausführliche Begründung)?
  - c) Stellen Sie das Symmetrieverhalten von  $f$  durch eine Rechnung dar.
  - d) Ermitteln Sie die Nullstellen von  $f$  ( $x$ -Achse).
  - e) Skizzieren Sie den Graph von  $f$  unter Berücksichtigung Ihrer Ergebnisse.