

4. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11

1. Die Kurvenschar $f_k(x) = \frac{4kx}{k+x^2}$ mit $k > 0$ soll untersucht werden.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und alle Nullstellen in Abhängigkeit vom Parameter k .

Untersuchen Sie das Verhalten von f_k an den Rändern des Definitionsbereichs.
Prüfen Sie die Graphen der Schar auf Symmetrie.

b) Bestimmen Sie alle Hochpunkte der Schar in Abhängigkeit vom Parameter k .
Auf welcher Kurve liegen diese Hochpunkte ?

[Teilergebnis: $f_k'(x) = \frac{4k \cdot (k - x^2)}{(k + x^2)^2}$]

c) Bestimmen Sie alle Wendepunkte der Schar in Abhängigkeit vom Parameter k .

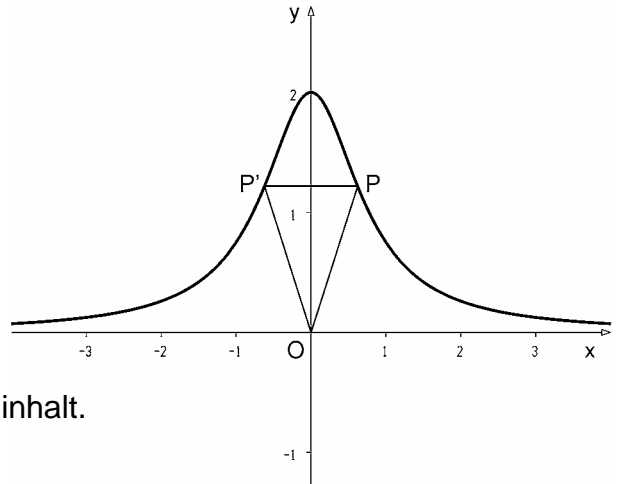
2. Das Bild zeigt den Graphen der

Funktion $f(x) = \frac{6}{3+5x^2}$.

Zwei symmetrische Punkte P und P' des Graphen bilden zusammen mit dem Ursprung ein gleichschenkliges Dreieck mit dem Flächeninhalt F .

Für welchen Punkt P ist dieser Flächeninhalt maximal ?

Bestimmen Sie diesen maximalen Flächeninhalt.



3. Wie viele lokale Wendestellen kann ein Polynom n -ten Grades maximal, wie viel minimal haben ? Begründe !

4. Geben Sie eine Funktion f an, deren Graph genau 4 Nullstellen hat.
Begründen Sie die Wahl ausführlich.