

# 1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 12

1. Gegeben ist  $f(x) = ax^3 - 3x^2$  mit  $a > 0$ .
- Bestimmen Sie die Nullstellen, die Koordinaten der Extrema und des Wendepunktes in Abhängigkeit von  $a$ .
  - Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion für  $a = 0,5$  in ein Koordinatensystem.
  - Berechnen Sie – nun wieder in Abhängigkeit von  $a$  – den Flächeninhalt  $A(a)$  der Fläche zwischen dem Funktionsgraphen und der  $x$ -Achse.
  - Bestimmen Sie  $a$  so, dass dieser Flächeninhalt den Wert 54 hat.
  - Jetzt sei wieder  $a = 0,5$ .  
Zeichnen Sie in das obige Koordinatensystem die Gerade  $y = 2x - 12$  ein.  
Gehen Sie ohne weitere Rechnung davon aus, dass diese Gerade den Graphen von  $f(x)$  an den Stellen  $x = -2$ ,  $x = 2$  und  $x = 6$  schneidet.  
Die Gerade begrenzt mit dem Graphen von  $f(x)$  zwei Flächenstücke.  
Berechnen Sie die Summe dieser beiden Flächeninhalte.
2. Jetzt betrachten wir die Funktion  $g(x) = -2x + 2$
- Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion  $G(x)$  zu  $g(x)$ , die durch den Punkt  $P(3|-4)$  verläuft.
  - Skizzieren Sie die beiden Graphen von  $g(x)$  und  $G(x)$  in ein neues Koordinatensystem. Sie sollten sich unter anderem im Punkt  $S(1|0)$  schneiden.  
Welcher Zusammenhang besteht darüber hinaus in diesem Punkt zwischen  $g(x)$  und  $G(x)$  ?
3. Zu guter Letzt widmen wir uns noch der Funktion  $h(x) = x \cdot \cos x$
- Beweisen Sie:  $\int (x \cdot \cos(x)) dx = \cos(x) + x \cdot \sin(x) + C$
  - Berechnen Sie mit dieser Formel  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \cdot \cos(x)) dx =$