1. Klausur im Ausbildungsabschnitt 12/1 (13/1)

Klasse 12 (13)

1. Gegeben sind die Punkte $P(1/5/8)$ und $Q(3/2/0)$, die Gerade $g: \vec{x} = \overrightarrow{OP} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

sowie die Ebene $E: 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 12 = 0$.

a) Berechne die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden g mit der Ebene E. (Zur Kontrolle: $S(-1/2/2)$)

b) Unter welchem Winkel schneidet die Gerade g die Ebene E ?

c) Berechne die Koordinaten des Punktes P ’, der sich ergibt, wenn man P an E spiegelt.

d) Stelle die Gleichung einer Ebene F in Koordinatenform auf, die die Punkte S und Q enthält und senkrecht auf E steht.
(Mögliches Ergebnis: $F: 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 - 5 = 0$)

e) Gib jeweils die Koordinaten eines Punktes $A_1 \in E$ und eines Punktes $A_2 \in F$ an, so dass das Viereck SA_1PA_2 ein Rechteck ist.

f) Gib die Koordinaten eines Punktes B auf der x_1-Achse an, der von F den Abstand 4 LE besitzt.

2. Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{(1-x)^2}{x^2 + 2x - 8}$ mit maximaler Definitionsmenge D_f.
Der Graph wird mit G_f bezeichnet.

a) Bestimme D_f.

b) Bestimme die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

c) Untersuche das Verhalten von f in der Umgebung der Definitionslücken.

d) Untersuche das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$

e) Zeige, dass gilt: $f'(x) = \frac{4x^2 - 18x + 14}{(x^2 + 2x - 8)^2}$.

f) Die Funktion f besitzt lokale Extrema in den Punkten $E_1(1/0)$ und $E_2\left(3{,}5/\frac{5}{9}\right)$.
(Kein Nachweis erforderlich)
Einer der beiden Punkte ist ein lokales Minimum, der andere ein lokales Maximum.
Nimm <u>einen</u> der beiden Punkte und bestimme die Art des Extremums, <u>ohne</u> $f''(x)$ zu berechnen.

g) Zeichne alle Asymptoten sowie die bisher bestimmten Punkte in ein KOS.
Platzbedarf: $-7 \le x \le 7, \quad -5 \le y \le 6$
Fertige eine Skizze des Graphen G_f an.

h) Begründe ohne $f''(x)$ zu berechnen, dass G_f für $x > 3{,}5$ einen Wendepunkt besitzen muss.