

1. Mathematikschulaufgabe - Grundkurs

Klasse 12

1. Berechne

$$\text{a) } \int \frac{x^5 - x}{x^3} dx \quad \text{b) } \int_1^{\pi} \frac{\pi}{t^3} dt \quad \text{c) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(2x) dx$$

2. a) Zeige die Richtigkeit von $\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}(x + \sin x \cos x) + C$

b) Nehmen Sie Stellung zum Wahrheitsgehalt der folgenden Gleichung ohne die Maßzahlen zu berechnen:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx \quad \text{mit } a \in [1; 2]$$

$$\text{wo } f(x) = 3x^2 - x^3$$

3. Gegeben: $f(x) = \frac{1}{4}x^2$; $D_f = \mathbb{R}$

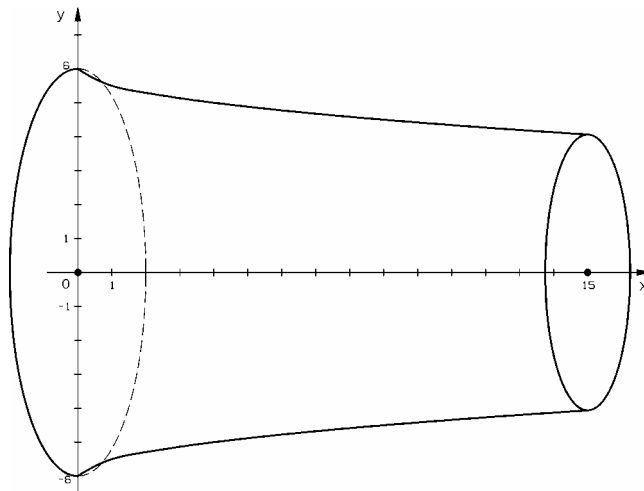
Verdeutliche die in den Teilaufgaben vorkommenden Punkte, Geraden und Flächenstücke in der Zeichnung von Teilaufgabe a).

a) Zeichne G_f im Bereich $[-1; 5]$.

$$1 \text{ LE} \hat{=} 1 \text{ cm}; \quad \text{Platzbedarf } -1 \geq x \geq 5; \quad -5 \geq y \geq 7$$

b) P sei derjenige Punkt von G_f im 1. Quadranten, der von den Koordinatenachsen denselben Abstand hat. Berechne seine Koordinaten.c) Berechne den Inhalt des Flächenstücks A_1 zwischen G_f , der y-Achse und dem Lot von P auf die y-Achse.d) Berechne den Inhalt des Flächenstücks A_2 , das begrenzt ist von G_f , der x-Achse und der Tangente in P!

4.

Die inneren Konturen eines alten Maßkrugs (Humpen) werden von der Funktion $f(x) = 6 - 0,5\sqrt{x}$; $D_f = \mathbb{R}^+$ (x in cm) beschrieben.Weise durch eine Rechnung nach, dass ein 15 cm hoher Humpen mindestens ein Fassungsvermögen von einer Maß ($V = 1000 \text{ cm}^3$) hat.