

# 1. Mathematikschulaufgabe - Grundkurs

Klasse 12

1. Gegeben sind die Funktionen  $f(x) = 0,25x^2$  und  $g(x) = 0,5x + 2$ .  
Die Graphen heißen  $G_f$  und  $G_g$ .
- Zeichnen Sie ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und tragen Sie  $G_f$  und  $G_g$  ein.
  - Bestimmen Sie die Flächenmaßzahl  $A$  des von  $G_f$  und  $G_g$  eingeschlossenen Flächenstücks.
2. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = (x - 2)^2$  mit  $D_f = [2; \infty[$
- Zeigen Sie, dass  $f(x)$  eine Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$  besitzt und berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $f^{-1}(x)$ .
  - Erstellen Sie ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und tragen Sie die  $G_f$  und  $G_{f^{-1}}$  sowie die Winkelhalbierende des 1. Quadranten ein.
  - Berechnen** Sie den Schnittpunkt  $S(x_0/y_0)$  von  $G_f$  und  $G_{f^{-1}}$ .
  - Unter welchem Winkel  $\alpha$  schneiden sich  $G_f$  und  $G_{f^{-1}}$  im Punkt  $S$ ?
  - Die beiden Koordinatenachsen sowie  $G_f$  und  $G_{f^{-1}}$  schließen ein Flächenstück ein. Ermitteln Sie nachvollziehbar den Inhalt  $A$  dieser Fläche.
3. In einer Formelsammlung findet man folgende Gleichung:
- $$\int \frac{t}{\sqrt{7-t^2}} dt = -\sqrt{7-t^2} + C$$
- Bestätigen Sie die Richtigkeit dieser Gleichung.
  - Geben Sie die maximale Definitionsmenge für die Variable  $t$  an.
  - Bestimmen Sie  $a > 0$  so, dass für die Integralfunktion  $F(x)$  gilt:
- $$F(x) = \int_a^x \frac{t}{\sqrt{7-t^2}} dt = -\sqrt{7-x^2} + 2$$
4. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = -x + \tan x$  mit  $D_f = \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$
- Weisen Sie nach, dass die Funktion  $f(x)$  umkehrbar ist. **Der Funktionsterm dieser Umkehrfunktion ist nicht zu bestimmen.**
  - Der Punkt  $P\left(\frac{\pi}{3}/k\right)$  ist Punkt des Graphen  $G_f$ . Bestimmen Sie  $k$  und berechnen Sie den Wert der Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle  $k$ .