

3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 / G8

Geben Sie alle wichtigen Zwischenschritte an, so dass Ihre Arbeit nachvollziehbar ist. Wenn möglich, sind die Ergebnisse exakt anzugeben.

1. Bestimmen Sie die Definitionsmenge des Terms und vereinfachen Sie ihn so weit wie möglich:

$$\frac{5x}{\sqrt{x}-5} - \frac{5x}{5+\sqrt{x}}$$

2. Ermitteln Sie die Lösung der Gleichung: $5 \cdot \log_2(4x) = 25$

3. Ordnen Sie die Potenzen der Größe nach (beginnend mit dem kleinsten Wert) und begründen Sie Ihre Entscheidungen:

$$0,6^2; 0,6^3; -0,4^3; -0,8^3; 0,6^4; -0,6^6$$

4. Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x^2 - 6x + 9)(x + 2)x^2$

- a) Geben Sie die Definitions- und Wertemenge und das Verhalten des Graphen für $x \rightarrow +\infty$ sowie $x \rightarrow -\infty$ an.

Bestimmen Sie auch die Nullstellen der Funktion, und geben Sie deren Vielfachheit an.

- b) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf des Graphen der Funktion.

Maxima der Funktion: $(-1,4 | 22,9)$ und $(1,6 | 18,1)$.

(Qualitativen Verlauf des Graphen skizzieren bedeutet, den Graph ohne Wertetabelle, aber evtl. mit markanten Punkten wie Nullstellen, Maxima, Minima usw. skizzieren)

5. Ein Präparat enthält Ra-223 (^{223}Ra) mit ca. $2,5 \cdot 10^{18}$ Atomen. Ra-223 ist radioaktiv. Nach einem Tag sind etwa 6% der Atome zerfallen. Die zerfallenen Atome sind gasförmig und verlassen das Präparat.

Stellen Sie die Zerfallsgleichung auf, und bestimmen Sie die Halbwertszeit des Ra-223.

Hinweis: Die Halbwertszeit ist hier diejenige Zeitspanne, in der die Masse eines bestimmten radioaktiven Stoffs auf die Hälfte gesunken ist; die andere Hälfte ist nicht verschwunden, sondern hat sich in ein anderes Nuklid umgewandelt, das seinerseits ebenfalls radioaktiv oder aber stabil sein kann.

6. Aus einer Mine werden Edelsteine gefördert. Nach den Erfahrungen der Betreiber sind etwa 85% der geförderten Steine wertlos. Eine Sortiermaschine kann 95% aller wertlosen Steine aussortieren, jedoch sind auch 8% der wertvollen Steine dabei.

- a) Erstellen Sie ein übersichtliches Diagramm, aus dem alle Fälle hervorgehen, wie die vorausgesetzten Zufallsereignisse zusammenwirken können.

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Stein, der nicht aussortiert wurde, wertlos ist, sowohl **nur unter nicht aussortierten** als auch **unter allen Steinen**.

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Edelstein aussortiert wird, sowohl **nur unter aussortierten** als auch **unter allen Steinen**.