

3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 / G8

1. Geben Sie die Definitionsmenge an und berechnen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ sowie $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; ($G = \mathbb{R}$).
- a) $f(x) = \frac{-5x^2 + 12x}{2 - 6x}$ b) $g(x) = \frac{8x^2}{2x^2 + 5}$ c) $h(x) = \sin x$
2. Bestimmen Sie die Lösungsmenge ($G = \mathbb{R}$).
- a) $3^{2x+3} - 4 \cdot 3^{x+1} = -1$
 b) $27 \cdot 3^{4x} = 9^{1-x}$
3. Gegeben sei die Funktion $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x - 6$ ($G = \mathbb{R}$).
- a) Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion. Geben Sie den Funktionsterm in vollständig faktorisierte Form an.
 b) Untersuchen Sie das Grenzwertverhalten für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$.
 c) Berechnen Sie $f(-1)$, $f(0)$ und $f(2)$. Zeichnen Sie den Graph der Funktion im Intervall $-2,5 \leq x \leq 3,5$.
 d) Der Graph der Funktion $g(x) = -x^3 + x^2 + 9x - 10$ hat genau einen Punkt mit dem Graphen von $f(x)$ gemeinsam. Berechnen Sie dessen Koordinaten. Entscheiden und begründen Sie, ob es sich dabei um einen Schnittpunkt oder um einen Berührungspunkt handelt.
4. In einem verschmutzten Brunnenwasser vermehrten sich Cholera-Erreger so, dass sich ihre Anzahl stündlich verfünffachte. Zu Beginn waren es etwa 800 Bakterien.
- a) Finden Sie eine Funktion $f(x)$, welche die Gesamtzahl der Bakterien nach x Stunden angibt und bestimmen Sie die Verdoppelungszeit der Erreger.
 b) Nach wie viel Stunden entwickelten sich etwa 1 Million Erreger?
 c) Geben Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ sowie $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ an und begründen Sie, warum die tatsächliche Entwicklung der Bakterien nicht diesen Grenzwerten zustreben kann.
5. Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = 2x^3 - 5x^2 + tx$, $t \in \mathbb{R}$.
 Bestimmen Sie t so, dass der zugehörige Funktionsgraph an der Stelle $x = 2$ einen möglichen Extrempunkt besitzt.