Gymnasium

1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

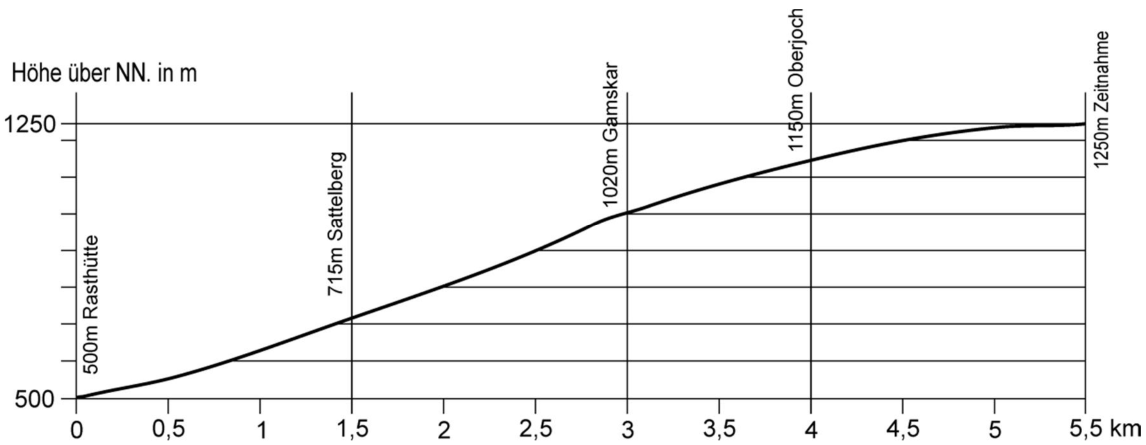
1. Berechnen Sie die Steigung des Graphen der Funktion f mit $f(x) = -5x^3 + 2x - 1$ an der Stelle $x_1 = -1$ mit Hilfe des Differentialquotienten.

2. Geben Sie den Term einer nicht linearen Funktion f mit folgenden Eigenschaften an:
(1) die Funktion f hat keine Polstellen,
(2) die Funktion f hat eine hebbare Definitionslücke bei $x = -3$,
(3) der Graph der Funktion f hat die Gerade $y = 0{,}5x$ als einzige Asymptote

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{2\left(x^2 - x - 2\right)}{x + 2}$.

a) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge dieser Funktion.
b) Berechnen Sie alle Nullstellen von f.
c) Geben Sie das Verhalten von f in der Umgebung der Definitionslücke und für $x \to \pm\infty$ an.
d) Bestimmen Sie die Gleichung aller Asymptoten.
e) Stellen Sie einen möglichen Term der Ableitungsfunktion $f'(x)$ auf.
f) Geben sie die Monotoniebereiche sowie Lage und Art der Extrema an.
g) Berechnen Sie die Funktionswerte für $x = -1{,}5$ und $x = 5$.
h) Skizzieren Sie den Verlauf des Graphen unter Nutzung aller bisher gewonnenen Ergebnisse.

4. Die Bergetappe einer Radtour von der 500m hoch gelegenen Rasthütte bis zur Zeitnahme auf 1250 m über NN. ist im unten angegebenen Streckenprofil skizziert. Zur mathematischen Beschreibung des Strecken-Höhenprofils kann die Modellfunktion $f(x) = 0{,}1 \cdot \left(-0{,}06x^3 + 0{,}4x^2 + 0{,}98x + 5\right)$ mit $x \in [0;\ 5{,}5]$ verwendet werden.



a) Berechnen Sie anhand der Skizze und mit Hilfe der Modellfunktion die durchschnittliche Steigung von der Rasthütte bis zur Zeitnahme.

b) Berechnen Sie die Steigung am Sattelberg mit Hilfe der Modellfunktion.

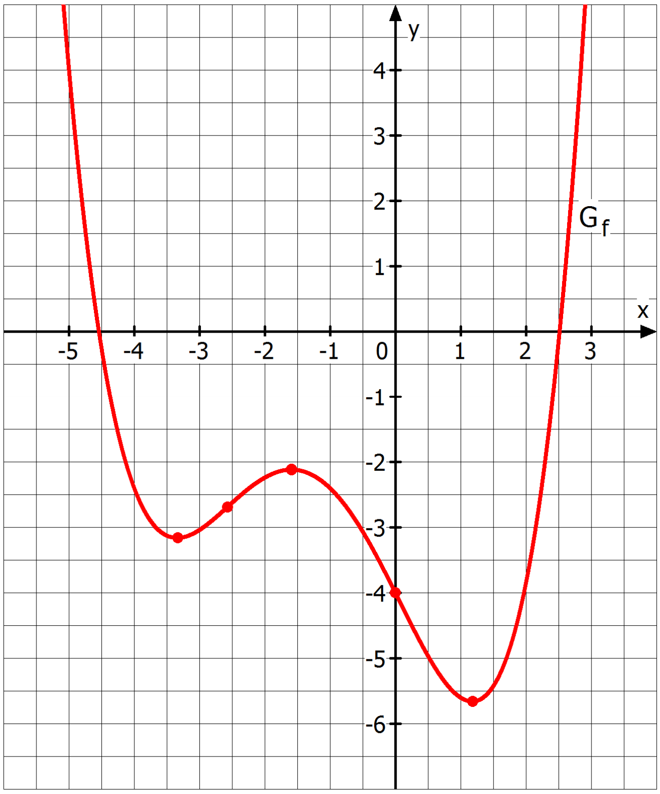
c) Bestimmen Sie rechnerisch die Stelle des größten Anstiegs der Modellfunktion. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem skizzierten Streckenprofil.

5. Nebenstehendes Bild zeigt den Graphen einer Funktion f.

Ergänzen Sie die Tabelle unten.

Skizzieren Sie in das Bild den Graphen der Ableitung f ' von f.

Die wesentlichen Merkmale müssen klar erkennbar sein. Saubere Skizze!



Besondere Punkte auf dem Graphen:

f(x)	waagerechte Tangente	Wendepunkt im **steigenden** Kurvenstück	Wendepunkt im **fallenden** Kurvenstück
f '(x)			

<u>Hinweis</u>:

Als Wendepunkt wird die Stelle auf einem Funktionsgraphen bezeichnet, an dem der Graph seine Richtung, also sein Krümmungsverhalten ändert. Dort wechselt der Graph entweder von einer Rechts- in eine Linkskurve oder von einer Links- in eine Rechtskurve.

Der Wendepunkt ist also dort, wo die Steigung der Funktion (Steigung einer Funktion wird durch die Ableitungsfunktion bestimmt) am größten ist. Denn vor dem Wendepunkt wird die Steigung immer größer und nach dem Wendepunkt wieder geringer durch die entgegengesetzte Krümmung. Der Wendepunkt ist die „steilste Stelle“ zwischen zwei verschiedenen Krümmungen.