1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

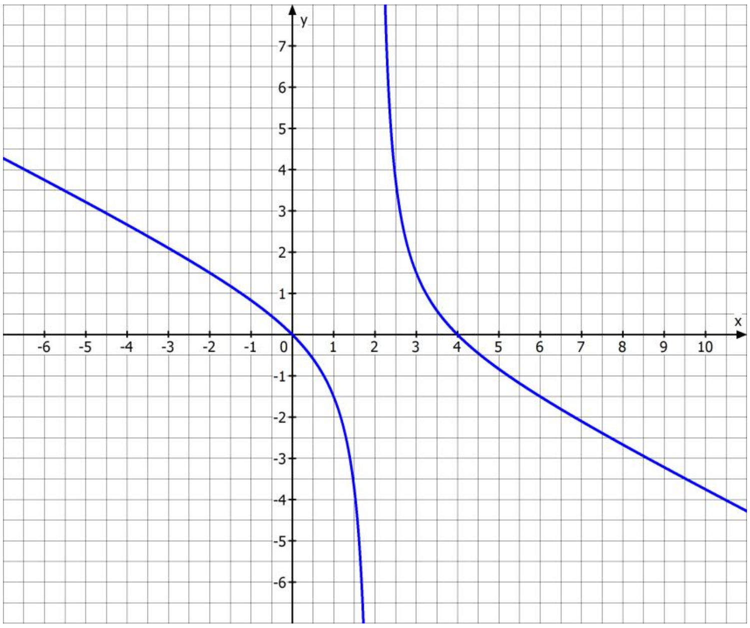
1. Gesucht ist eine möglichst einfache gebrochen rationale Funktion mit folgenden Eigenschaften:

a) Behebbare Definitionslücke bei $x = 2\pi$ und eine einzige Polstelle ohne VZW bei $x = -12$

b) Die einzige Nullstelle bei $x = 5$, keine Polstelle und $y = 0$ ist waagerechte Asymptote.

2. Geben Sie einen möglichen Funktionsterm für die rechts abgebildete Funktion an.

Erläutern Sie ihre Vorgehensweise ausführlich.



3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{-\left(x^2 - 25\right)\cdot(x-1)}{x^3 + 5x^2}$

a) Geben Sie die maximale Definitionsmenge und die Nullstellen der Funktion an.

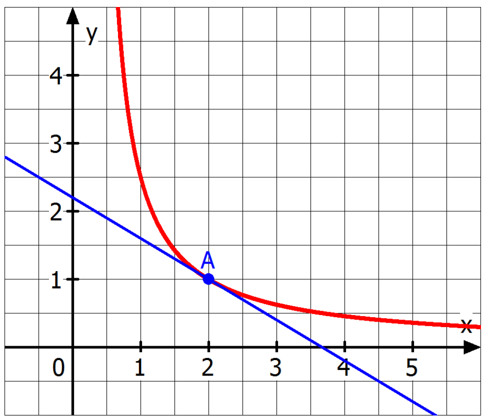
b) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an den Definitionslücken. Berechnen Sie die dafür notwendigen Grenzwerte.

c) Skizzieren Sie den Graph der Funktion.

4. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente im Punkt $A(2|1)$ des Graphen der Funktion

$f(x) = \dfrac{5}{3x-1}$;

siehe Bild rechts



1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

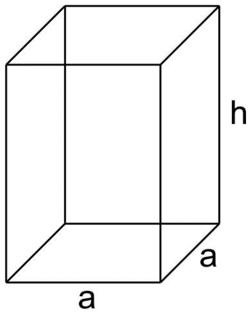
5. Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktion. Vereinfachen Sie die Ableitungsfunktion so weit wie möglich.

$$f(x) = \left(5x^3 - \frac{3}{x^2}\right) \cdot \left(x + \sqrt{x}\right)$$

6. Extremwertaufgabe

Aus einem 60 cm langen Draht soll eine quaderförmige Säule mit quadratischer Grundfläche geformt werden. D. h. der gesamte Draht bildet das Kantenmodell eines Quaders (vgl. Bild rechts).

Bestimmen Sie das maximal mögliche „Volumen“ des Quaders.



<u>Hinweis</u>:

In der Aufgabenstellung wird das maximal möglichen Volumen gesucht. Es ist also hier bereits vorgegeben, dass es ein maximales Volumen überhaupt gibt.
Prinzipiell möglich wären maximales, minimales oder konstantes Volumen.

Dass ein minimales Volumen den Wert Null hat ist schnell einsichtig, wenn man die Länge a der Quadratseite entweder 0 cm oder 7,5 cm macht. Im ersten Fall wäre die Grundfläche, im zweiten Fall wäre die Höhe des Quaders Null. Einen Quader mit Volumen Null könnte man als Grenzfall bezeichnen.

Zwischen diesen beiden „Grenzfällen“ haben alle Quader ein bestimmtes Volumen. Es muss unter diesen Quadern zumindest einer mit maximalem Volumen sein.

Ein konstantes Volumen ist nicht zu erwarten und kann durch beliebige Rechenbeispiele belegt werden.