

## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

Arbeitszeit 90 min

Als Hilfsmittel sind nur ein Taschenrechner und die Formelsammlung erlaubt

### ANALYSIS

1. Berechnen Sie jeweils die Ableitung  $f'(x)$ .
  - a)  $f(x) = x \cdot \sin(3x)$
  - b)  $f(x) = x^3 \cdot \sin x$
  - c)  $f(x) = (\sin x)^2 + (\cos \sqrt{x})^2$
  
2. Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(x) = \frac{1}{8+x}$  mit  $x > 0$  umkehrbar ist.  
Bestimmen Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x)$ ; geben Sie  $D_{f^{-1}}$  und  $W_{f^{-1}}$  an.
  
3. An welchen Stellen hat der Graph von  $f(x) = \sin x$  dieselbe Steigung, wie die Gerade mit der Gleichung  $y = -x$  ?
  
4. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich folgender Funktion.  
$$f(x) = \frac{x}{\ln x - 1}$$
  
5. Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^x \cdot (-5x - 2,5x^2)$ .
  - a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion  $f$ .
  - b) Zeigen Sie, dass die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $F$  mit  $F(x) = -\frac{5}{2} \cdot x^2 \cdot e^x$  eine Stammfunktion von  $f$  ist.
  
6. Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $h$  mit  $h(x) = \frac{e^x}{2x^2}$ .
  - a) Bestimmen Sie die maximal mögliche Definitionsmenge von  $h$  und untersuchen Sie das Verhalten von  $h$  für  $x \rightarrow \pm \infty$ .
  - b) Ermitteln Sie Art und Lage des Extrempunktes des Graphen  $G_h$ .

## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

### GEOMETRIE

7. Gegeben ist im  $\mathbb{R}^3$  das Dreieck ABC mit den Punkten  $A(5|2|-3)$ ,  $B(2|6|-3)$  und  $C(-6|0|-3)$ .
- Begründen Sie rechnerisch: Das Dreieck hat bei B einen rechten Winkel.
  - Berechnen Sie die beiden anderen Winkel des Dreiecks.  
(Auf 1 Stelle nach dem Komma gerundet).
  - Berechnen Sie die Koordinaten des Umkreismittelpunktes des Dreiecks ABC.  
(Tipp: Nutzen Sie die Rechtwinkligkeit des Dreiecks – Thaleskreis!)
  - Das Dreieck ABC kann durch einen weiteren Punkt D zum Rechteck ABCD erweitert werden. Bestimmen Sie die Koordinaten von D.
  - Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.

8. Vom Spat ABCDEFGH sind gegeben:

der Punkt  $A(6|0|0)$ , die Vektoren  $\overline{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AD} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $\overline{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

- Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte B bis H an und zeichnen Sie das Schrägbild des Spats in ein 3D-Koordinatensystem (Einheit: 1 cm)

Für die Punkte b) bis d): Runden Sie die Ergebnisse auf 1 Stelle nach dem Komma

- Berechnen Sie die Innenwinkel des Parallelogramms ABCD.
- Berechnen Sie die Maßzahl für den Oberflächeninhalt des Spats.
- Berechnen Sie die Maßzahl für das Volumen des Spats.