

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

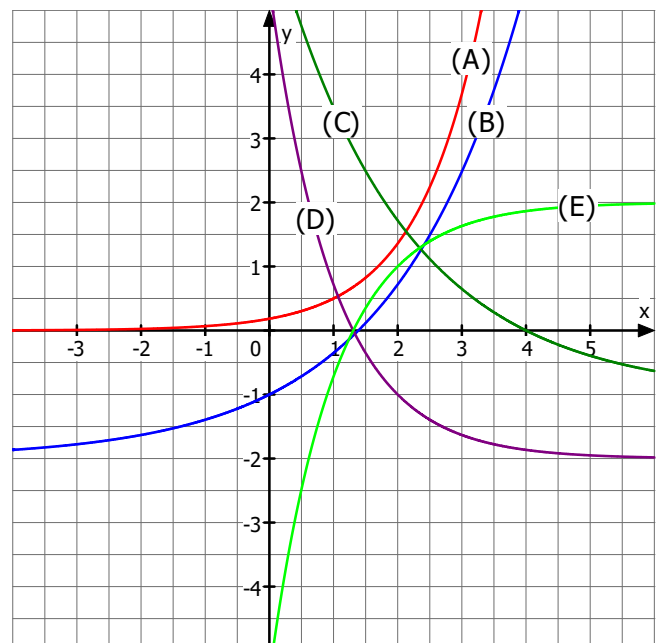
ANALYSIS

- Gegeben ist die Funktion $f_a(x) = \frac{1}{8}(x^3 - ax^2 - a^2x + a^3)$, $G = \mathbb{R}$
 - Zeigen sie, dass die Funktion an der Stelle $x = a$ eine Nullstelle besitzt. Untersuchen Sie, ob weitere Nullstellen in Abhängigkeit von a vorhanden sind.
 - Geben sie die Ableitungsfunktion $f_a'(x)$ an.
 - An welchen Stellen haben die Graphen G_{f_a} waagerechte Tangenten?
 - Für welche Werte von a haben die Graphen G_{f_a} im Ursprung die Steigung -9 ?
- Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 3 \sin\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$.
Berechnen Sie die Steigung des Graphen G_f an der Stelle $x = 2$
- Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$.
 - Hat die Funktion f eine waagerechte Asymptote?
 - Untersuchen Sie, ob die Funktion f Extremwerte besitzt und berechnen Sie diese gegebenenfalls.
- Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 5x^2 \cdot e^{-x}$ mit maximalem Definitionsbereich.
 - Bestimmen Sie die Grenzwerte für $x \rightarrow \pm \infty$.
 - Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und die Punkte mit horizontalen Tangenten.

- Gegeben sind die Graphen von fünf Exponentialfunktionen.

Ordnen Sie die Graphen A - E den folgenden Funktionsgleichungen zu.

Funktion	Graph
$f(x) = e^{2-x} - 2$	
$f(x) = e^{0,5x} - 2$	
$f(x) = -e^{2-x} + 2$	
$f(x) = 0,5 \cdot e^{x-1}$	
$f(x) = e^{2-0,5x} - 1$	



2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

GEOMETRIE

6. Das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ der Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ ist parallel zu $\begin{pmatrix} 2 \\ -9 \\ 6 \end{pmatrix}$.
Bestimmen Sie a_3 und b_3 .

7. Gegeben sind die Punkte $A(2|-1|5)$ und $T(-3|0|4)$.
Bestimmen Sie B so, dass T die Strecke \overline{AB} im Verhältnis $4 : 1$ teilt.

8. Gegeben sind die Punkte $A(2|1|-1)$, $B(6|4|-2)$, $C(5|6|0)$, $D(1|3|1)$, $F(4|6|4)$ und $H(-1|5|7)$ eines schiefen Prismas im Vektorraum \mathbb{R}^3 .

- Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte E und G .
- Weisen Sie nach, dass die Grundfläche $ABCD$ des Prismas ein Rechteck ist.
- Welche der beiden Seitenflächen $ABFE$ oder $BCGF$ hat den größeren Flächeninhalt?
- Untersuchen Sie, ob sich alle Raumdiagonalen des Prismas in genau einem Punkt schneiden. Falls es nur einen Schnittpunkt gibt, dann berechnen Sie seine Koordinaten.
- Berechnen Sie das Volumen des Prismas.

