

2. Mathematikschulaufgabe

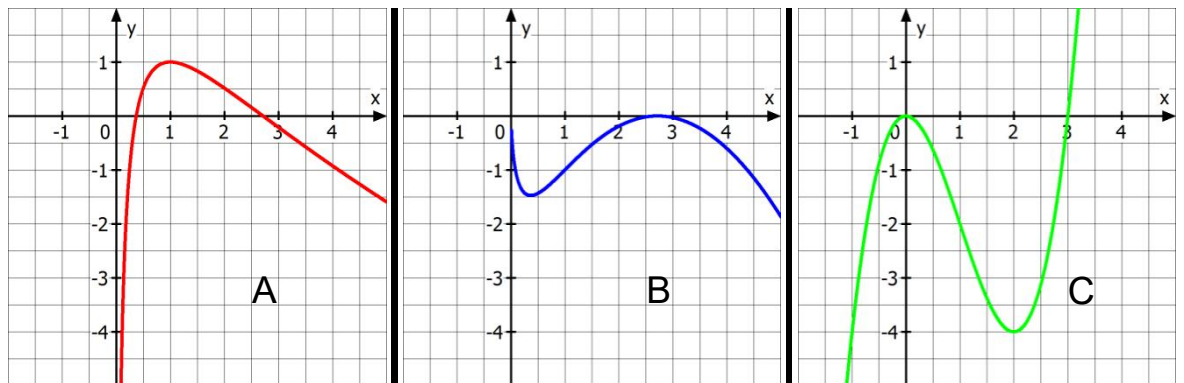
Klasse 11 / G8

ANALYSIS

1.
 - a) Wie kann man an der Ableitungsfunktion erkennen, ob eine in ganz \mathbb{R} definierte Funktion umkehrbar ist? (Kurze Begründung!)
 - b) Bestimmen Sie den Term der Umkehrfunktion von $f(x) = e^{3x-2}$.
 - c) Geben Sie zur Funktion f mit $f(x) = \sqrt{x} + \cos x$ den Term einer Stammfunktion F an.
 - d) Ermitteln Sie für die Funktion g mit $g(x) = \frac{\ln x}{2+x}$ die Gleichung der Tangente an den Graphen G_g an der Stelle $x = 1$.

2. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x \cdot (\ln x - 1)^2$; $D = \mathbb{R}^+$.

- a) Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion $f'(x)$ und vereinfachen Sie soweit wie möglich.
- b) Welcher der drei Funktionsgraphen A, B oder C ist der Graph der Ableitungsfunktion? Begründen Sie Ihre Wahl.



3. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

- a) $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$

- b) $e^{4x} - 4 \cdot e^{2x} + 3 = 0$

4. Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion f mit $f(x) = 3 \cdot x^2 \cdot e^x$; $x \in \mathbb{R}$ zwei Punkte mit waagerechter Tangente hat. Berechnen Sie den Abstand dieser Punkte.

5. Gegeben ist die Kurvenschar $f_a(x) = -2x^2 + 12ax - 18$; $a \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie a so, dass f_a genau eine Nullstelle hat.

2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

GEOMETRIE

6. Gegeben sind im \mathbb{R}^3 die Punkte $R(1|-2|3)$, $S(2|2|-5)$ und $X(4|-5|12)$. Berechnen Sie den senkrechten Abstand des Punktes X von der Geraden RS.
7. Das Viereck ABCD mit den Punkten $A(5|4|-1)$, $B(1|8|1)$, $C(-1|4|5)$ und $D(3|0|3)$ liegt in der Ebene E.
- Untersuchen Sie um welche Art Viereck es sich handelt.
 - Berechnen Sie den Schnittpunkt M der Diagonalen des Vierecks ABCD.
 - Das Viereck ABCD ist Grundfläche einer geraden Pyramide mit der Spitze S. Berechnen Sie die Koordinaten von S so, dass die Pyramide die Höhe $h = 6$ [LE] hat (zwei Möglichkeiten).
8. Gegeben ist eine Kugel mit der Gleichung $x_1^2 + (x_2 - 5)^2 + (x_3 - 5)^2 = 25$ im \mathbb{R}^3 .
- Geben Sie die Koordinaten des Mittelpunktes M der Kugel an. Welche besondere Lage haben M und damit die Kugel im Koordinatensystem?
 - Welche Werte sind für k zulässig, damit der Punkt $P(3|5|k)$ im Inneren der Kugel liegt?