

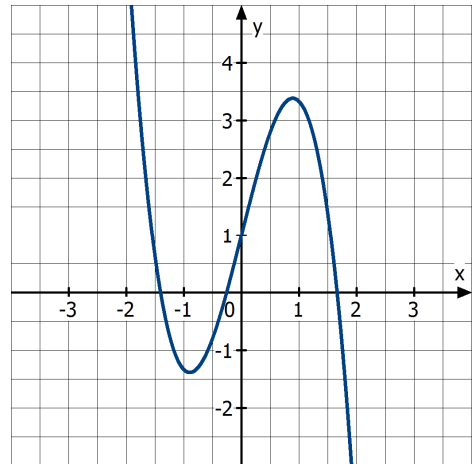
## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

### ANALYSIS

1. a) Geben Sie zwei benachbarte Nullstellen der Funktion  $g$  mit  $g(x) = \sin(5x)$  an.
- b) Bestimmen Sie den Term einer quadratischen Funktion  $f$  mit folgenden Eigenschaften:
- Maximum der Funktion an der Stelle  $x = 2$ .
  - Der Graph  $G_f$  schneidet die  $y$ -Achse an der Stelle  $y = -2$  und hat dort die Steigung 2.

2. Im nebenstehenden Bild ist der Graph einer der beiden Funktionen  $f(x) = -\frac{5}{3}x^3 + 4x + 1$  oder  $g(x) = -\frac{7}{6}x^3 + 3x^2 - 1$  dargestellt.



- a) Begründen Sie, welche der Funktionen dargestellt ist.
- b) Skizzieren Sie den Graph der Ableitungsfunktion der dargestellten Funktion in dasselbe Koordinatensystem.

3. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$  mit maximalem Definitionsbereich.

- a) Geben Sie für die Funktion  $f$  den größtmöglichen Definitionsbereich an.
- b) Bestimmen Sie die Nullstellen und die Asymptoten von  $f$ . Ermitteln Sie die lokalen Extrempunkte.
- c) Zeichnen Sie den Graph der Funktion  $f$  im Intervall  $0,1 \leq x \leq 5$

- d) Weisen Sie nach, dass die Funktion  $F$  mit  $F(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + 2 \ln x$  eine Stammfunktion der Funktion  $f$  ist.

Ermitteln Sie eine Gleichung derjenigen Stammfunktion  $G$ , für die  $G(e^2) = 2$  gilt.

4. Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} + 1$ ,  $D_f = \mathbb{R}^+$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $f$  auf  $D_f$  umkehrbar ist.  
Geben Sie die Gleichung der Umkehrfunktion  $f^{-1}$  sowie ihre Definitions- und Wertemenge an.

- b) Ermitteln Sie eine Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

- c) Zeigen Sie, dass  $g(x) = \frac{5}{e^x} + 3$  auf  $D_g = \mathbb{R}$  umkehrbar ist.

## 2. Mathematikschulaufgabe

Klasse 11 / G8

### GEOMETRIE

5. Gegeben sind die Punkte  $A(1|0|3)$ ,  $B(1|6|2)$ ,  $C(4|4|3)$  und  $S(4|4+s|3+s)$  einer dreiseitigen Pyramide mit der Spitze  $S$  und dem Dreieck  $ABC$  als Grundfläche. Bestimmen Sie  $s$  so, dass das Pyramidenvolumen  $7 \text{ VE}$  beträgt.
6. Ein Quader  $ABCDEFGH$  hat die Kantenlängen  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$ ,  $\overline{AE} = 3 \text{ cm}$ . Berechnen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung die Größe des Winkels zwischen den Raumdiagonalen  $d_1 = \overline{AG}$  und  $d_2 = \overline{CE}$ .

