

## 4. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 / II

- 1.0** Die Parabel  $p$  ist Graph der Funktion  $f$  mit  $y = x^2 - 2x + 3$ .
- 1.1** Bestimme den Scheitel  $S$  der Parabel. Zeichne die Parabel  $p$  und die Punkte  $B(-4/5)$  und  $D(1/-2)$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung:  $-7 \leq x \leq 5$ ;  $-3 \leq y \leq 8$ ;  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$
- 1.2** Der Punkt  $A$  liegt auf der Parabel  $p$ , so daß eine Raute  $ABCD$  entsteht. Zeichne die Raute  $ABCD$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
- 1.3** Berechne die Koordinaten der Punkte  $A$  und  $C$  (1 Kommastelle).  
 ( Teilergebnis:  $A(2,5/y)$  )
- 1.4** Berechne die Winkel und den Flächeninhalt der Raute  $ABCD$  (1 Kommastelle).
- 1.5** Zeichne den Inkreis der Raute und berechne den Inkreisradius (1 Kommastelle).
- 
- 2.0** Gegeben ist die Gerade  $g$  mit der Gleichung  $y = -1,25x + 8$ . Sie schneidet die  $x$ -Achse im Punkt  $P$  und die  $y$ -Achse im Punkt  $Q$ . Der Punkt  $A$  sei der Koordinatenursprung.
- 2.1** Zeichne die Gerade  $g$  in ein Koordinatensystem, und berechne das Maß des Winkels  $APQ$ .  
Für die Zeichnung:  $-1 \leq x \leq 7$ ;  $-1 \leq y \leq 8$ ;  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$
- 2.2** Der Punkt  $C$  wandert auf der Geraden  $g$  von  $Q$  nach  $P$  und legt Rechtecke  $AB_nC_nD_n$  mit  $B_n \in x$ -Achse fest. Zeichne ein beliebiges Rechteck  $ABCD$  in das Koordinatensystem ein.
- 2.3** Die Rechtecke  $AB_nC_nD_n$  rotieren um die  $y$ -Achse. Stelle die Mantelfläche der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von der  $x$ -Koordinate der Punkte  $C_n$  dar.  
 ( Ergebnis:  $A(x) = \pi (-2,5x^2 + 16x) \text{ FE}$  )
- 2.4** Aus dem Dreieck  $APQ$  werden die Rechtecke  $AB_nC_nD_n$  herausgeschnitten. Die verbleibenden Restflächen rotieren ebenfalls um die  $y$ -Achse. Stelle den Rauminhalt der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von der  $x$ -Koordinate der Punkte  $C_n$  dar.  
 ( Ergebnis:  $V(x) = \pi (1,25x^3 - 8x^2 + 109,23) \text{ VE}$  )
- 2.5** Tabellarisiere  $V(x)$  im Intervall  $[0; 6]$  mit  $\Delta x = 1$  (1 Kommastelle), und stelle die Abhängigkeit graphisch dar.  
Für die Zeichnung:  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ ;  $1 \text{ LE auf der } x\text{-Achse} = 1 \text{ cm}$   
 $1 \text{ LE auf der } V\text{-Achse} = 50 \text{ VE}$
- 2.6** Zeichne auf der  $x$ -Achse des Graphen zu 2.5 den Bereich ein, für den  $V(x)$  kleiner als 250 VE ist.
- 2.7** Berechne den Inhalt der Oberfläche des Rotationskörpers von 2.4 für den Punkt  $C_1$  mit  $x = 2,5$ .

weiter siehe Blatt 2

- 3.0** Durch die Punkte  $A(0/0)$ ,  $B_n(2x/0)$  und  $D_n(x / -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3})$  sind Dreiecke  $AB_nD_n$  festgelegt.
- 3.1** Berechne für  $x_1 = 2,5$  die Koordinaten der Punkte  $B_1$  und  $D_1$  und für  $x_2 = 4$  die Koordinaten der Punkte  $B_2$  und  $D_2$ . Zeichne das Dreieck  $AB_1D_1$  sowie das Dreieck  $AB_2D_2$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung:  $-1 \leq x \leq 13$ ;  $-1 \leq y \leq 5$ ;  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$
- 3.2** Alle Punkte  $D_n$  liegen auf einer Geraden  $g$ ; gib die Gleichung für  $g$  an.
- 3.3** Bestimme für  $x$  den Definitionsbereich.
- 3.4** Zeige durch Rechnung: alle Dreiecke  $AB_nD_n$  sind gleichschenkelig mit der Basis  $[AB_n]$ .
- 3.5** Zeige: für die Länge  $\overline{AD_n}$  der Schenkel  $[AD_n]$  gilt:  $\overline{AD_n} = \frac{1}{3}\sqrt{10x^2 - 20x + 100} \text{ LE}$ .
- 3.6** Unter den in 3.0 beschriebenen Dreiecken  $AB_nD_n$  gibt es ein Dreieck  $AB_3D_3$  mit minimaler Schenkellänge  $\overline{AD_3}$ . Berechne  $\overline{AD_3}$ , sowie die Koordinaten von  $B_3$  und  $D_3$ , und zeichne das Dreieck  $AB_3D_3$  ein.
- 3.7** Jedes Dreieck  $AB_nD_n$  kann zu einem Parallelogramm  $AB_nC_nD_n$  ergänzt werden ( $x_{C_n} > 0$ ). Zeichne das Parallelogramm  $AB_1C_1D_1$  sowie das Parallelogramm  $AB_2C_2D_2$  ein.
- 3.8** Gib die Koordinaten aller Punkte  $C_n$  in Abhängigkeit der Abszisse  $x$  der Punkte  $D_n$  an.

(Pkt. 3.0 bis 3.6 ähnlich Abschlußprüfung 1978 Bayern, Gruppe B, Pkt. 2.0 ... 2.4)