

### 3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 / II

- 1.0** Ein gerader Kreiskegel hat den Grundkreisradius  $r = 5 \text{ cm}$  und die Höhe  $h = 12 \text{ cm}$ . Diesem Kegel werden Zylinder einbeschrieben. Die einbeschriebenen Zylinder stehen auf der Grundfläche des Kegels und berühren den Kegelmantel. Die Höhe der einbeschriebenen Zylinder ist  $x \text{ cm}$ , der Radius des Grundkreises beträgt  $y \text{ cm}$ .
- 1.1** Der Kegel mit dem einbeschriebenen Zylinder wird längs der Kegelachse geschnitten. Zeichne die Schnittfigur.
- 1.2** Stelle die Mantelfläche der einbeschriebenen Zylinder in Abhängigkeit von  $x$  dar  
(Ergebnis:  $M_{(x)} = \frac{5}{6}\pi(-x^2 + 12x)$ )
- 1.3** Es gibt einbeschriebene Zylinder mit der Mantelfläche  $\frac{45}{2}\pi \text{ cm}^2$ .  
Ermittle rechnerisch die zugehörige Belegung für  $x$ .
- 1.4** Der Mantel des Kegels aus 1.0 wird abgewickelt. Bestimme das Maß des Mittelpunktswinkels  $\varphi$  der Abwicklung.
- 2.0** Das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge  $9 \text{ cm}$  ist die Grundfläche einer  $10 \text{ cm}$  hohen Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M.  
Verlängert man die Seiten [AB] und [DC] über die Endpunkte hinaus um jeweils  $x \text{ cm}$  und verkürzt gleichzeitig die Höhe um  $x \text{ cm}$  ( $0 < x < 10$ ), so entstehen neue vierseitige Pyramiden A'B'C'D'S' mit dem Rechteck A'B'C'D' als Grundfläche.
- 2.1** Zeichne ein Schrägbild der ursprünglichen Pyramide  
(CD = Schrägbildachse;  $\omega = 45^\circ$ ;  $q = 0,5$ ) und zeichne eine Pyramide A'B'C'D'S' farbig ein.
- 2.2** Berechne das Volumen  $V(x)$  der Pyramiden A'B'C'D'S' in Abhängigkeit von  $x$ .  
(Ergebnis:  $V_{(x)} = -6x^2 + 33x + 270$ )
- 2.3** Für welche Belegung von  $x$  erhält man die Pyramide mit dem größten Volumen?
- 2.4** Für welche Belegung von  $x$  besitzt die Seitenfläche B'C'S' der Pyramide einen extremen Flächeninhalt?  
(Teilergebnis:  $A_{(x)} = 4,5\sqrt{2x^2 - 11x + 120,25}$ )
- 2.5** Für welchen Bereich von  $x$  ist der Flächeninhalt der Seitenfläche B'C'S' größer als  $54 \text{ cm}^2$ ?