

3. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 / II

- 1.0** Ein gerader Kreiskegel hat den Grundkreisradius $r = 5 \text{ cm}$ und die Höhe $h = 12 \text{ cm}$. Diesem Kegel werden Zylinder einbeschrieben. Die einbeschriebenen Zylinder stehen auf der Grundfläche des Kegels und berühren den Kegelmantel. Die Höhe der einbeschriebenen Zylinder ist $x \text{ cm}$, der Radius des Grundkreises beträgt $y \text{ cm}$.
- 1.1** Der Kegel mit dem einbeschriebenen Zylinder wird längs der Kegelachse geschnitten. Zeichne die Schnittfigur.
- 1.2** Stelle die Mantelfläche der einbeschriebenen Zylinder in Abhängigkeit von x dar
(Ergebnis: $M(x) = \frac{5}{6}\pi(-x^2 + 12x)$)
- 1.3** Es gibt einbeschriebene Zylinder mit der Mantelfläche $\frac{45}{2}\pi \text{ cm}^2$. Ermittle rechnerisch die zugehörige Belegung für x .
- 1.4** Der Mantel des Kegels aus 1.0 wird abgewickelt. Bestimme das Maß des Mittelpunktswinkels φ der Abwicklung.
- 2.0** Das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 9 cm ist die Grundfläche einer 10 cm hohen Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M. Verlängert man die Seiten [AB] und [DC] über die Endpunkte hinaus um jeweils $x \text{ cm}$ und verkürzt gleichzeitig die Höhe um $x \text{ cm}$ ($0 < x < 10$), so entstehen neue vierseitige Pyramiden A'B'C'D'S' mit dem Rechteck A'B'C'D' als Grundfläche.
- 2.1** Zeichne ein Schrägbild der ursprünglichen Pyramide (CD = Schrägbildachse; $\omega = 45^\circ$; $q = 0,5$) und zeichne eine Pyramide A'B'C'D'S' farbig ein.
- 2.2** Berechne das Volumen $V(x)$ der Pyramiden A'B'C'D'S' in Abhängigkeit von x . (Ergebnis: $V(x) = -6x^2 + 33x + 270$)
- 2.3** Für welche Belegung von x erhält man die Pyramide mit dem größten Volumen?
- 2.4** Für welche Belegung von x besitzt die Seitenfläche B'C'S' der Pyramide einen extremen Flächeninhalt?
(Teilergebnis: $A(x) = 4,5\sqrt{2x^2 - 11x + 120,25}$)
- 2.5** Für welchen Bereich von x ist der Flächeninhalt der Seitenfläche B'C'S' größer als 54 cm^2 ?