1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 I

1.0 Gegeben sind die Funktionen $f_1: y = 2 \cdot 0{,}5^{x+1} - 3$ sowie $f_2: y = -0{,}5^{x+2} + 4$; jeweils über der Grundmenge $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

1.1 Legen Sie für beide Funktionen eine gemeinsame Wertetabelle an für $x \in [-3; 5]$ und $\Delta x = 1$ (auf 2 Nachkommastellen gerundet).

Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames KOS.
Platzbedarf: : $-4 \leq x \leq 6$; $-5 \leq y \leq 4$; $1\,LE = 1\,cm$

1.2 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, 2 \cdot 0{,}5^{x+1} - 3\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\left(x \,\middle|\, -0{,}5^{x+2} + 4\right)$ auf dem Graphen zu f_2 sind Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte A_n und C_n haben gemeinsam jeweils dieselbe Abszisse x. Dabei ist die y-Koordinate der Punkte A_n stets kleiner als die y-Koordinate der Punkte C_n.

Für die Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gilt: $\left|\overline{B_nD_n}\right| = 3\,LE$

Zeichnen Sie die Raute $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ sowie die Raute $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in das Koordinatensystem zu 1.1

1.3 Für welche x-Werte der Punkte A_n sind Rauten $A_nB_nC_nD_n$ - so wie in 1.2 festgelegt - möglich? Begründen Sie durch Rechnung.

1.4 Die Diagonalen der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ schneiden sich im Punkt M_n. Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte M_n in Abhängigkeit vom x-Wert der Punkte A_n.

1.5 Unter allen Rauten $A_nB_nC_nD_n$ existiert ein Quadrat $A_qB_qC_qD_q$. Berechnen Sie die Koordinaten des Eckpunktes C_q.

1.6 Bestimmen Sie das Intervall für die Flächeninhalte aller Rauten.

1.7 Geben Sie die Fläche der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x (x-Wert) der Punkte A_n bzw. C_n an.

2. Ermitteln Sie zur Funktion f mit der Gleichung $y = 7 \cdot 13^{x-1} + 3$ die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} in der nach y aufgelösten Form und geben Sie die Definitions- und Wertemenge von f^{-1} an. $\left(G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}\right)$

1. Mathematikschulaufgabe

Klasse 10 I

3.0 Im Jahr 1965 lebten auf der Erde 3,3 Milliarden Menschen. Die jährliche Wachstumsrate für die nächsten Jahre wurde mit 1,9% pro Jahr angenommen.

Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x von Jahren, die seit 1965 vergangen sind und der Anzahl y Menschen auf der Erde kann näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form $y = y_0 \cdot a^x$: $G = \mathbb{R}^+ x\ \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.

3.1 Geben Sie die Funktionsgleichung für den unter 3.0 beschriebenen Sachverhalt an.

3.2 Berechnen Sie die voraussichtliche Weltbevölkerung im Jahr 1980.

3.3 In welchem Jahr werden (bei gleicher Wachstumsrate) voraussichtlich 50% mehr Menschen als 1965 auf der Erde leben?

3.4 Wie groß müsste eine (konstante) Wachstumsrate sein, damit sich die Bevölkerungszahl bis zum Jahr 1995 verdoppelt?