

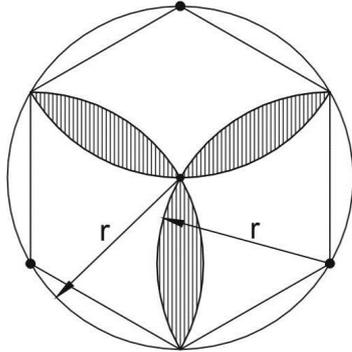
# Kreis und Kreisteile

Klassen 9 / 10

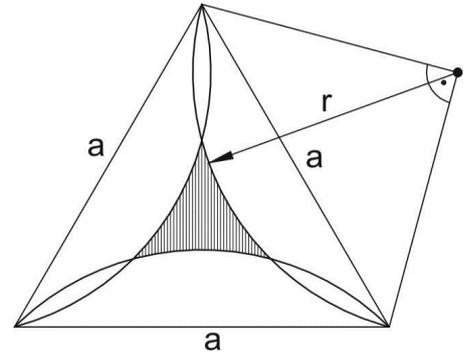
## - Aufgaben Teil 2 -

**Am Ende der Aufgabensammlung finden Sie eine Formelübersicht**

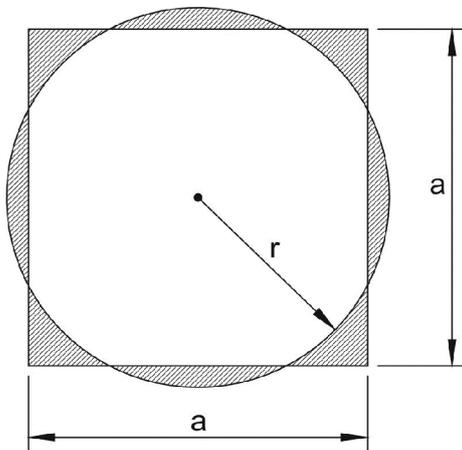
61. Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $r$ .



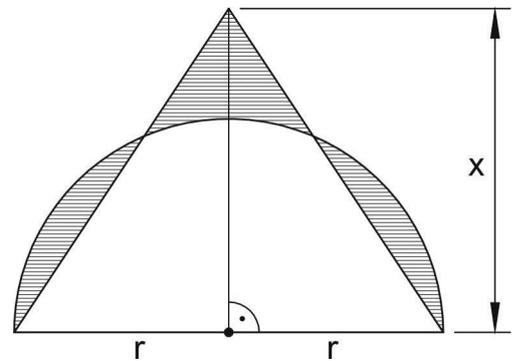
62. Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



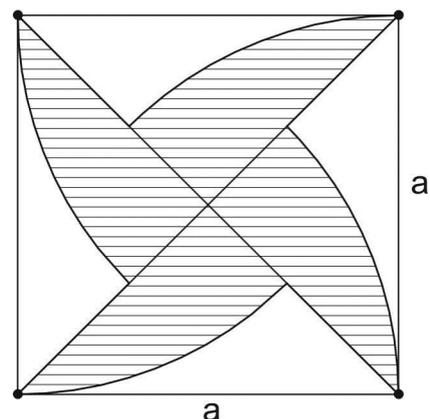
63. Berechne  $r$  in Abhängigkeit von  $a$  so, dass die schraffierten Flächen außerhalb des Kreises den gleichen Inhalt haben wie die schraffierten Flächen innerhalb des Kreises.



64. Berechne  $x$  in Abhängigkeit von  $r$  so, dass die schraffierte Fläche außerhalb des Kreises den gleichen Inhalt hat wie die zwei schraffierten Flächen innerhalb des Kreises.



65. Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .

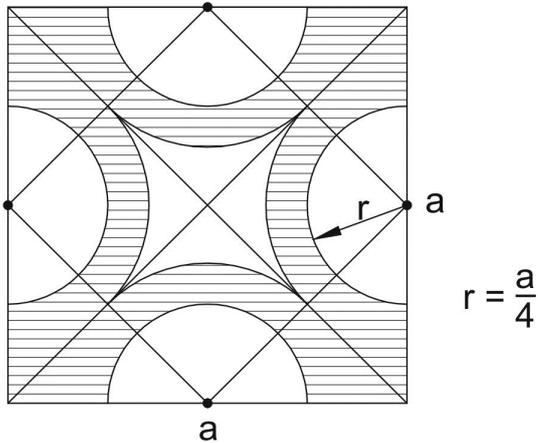


# Kreis und Kreisteile

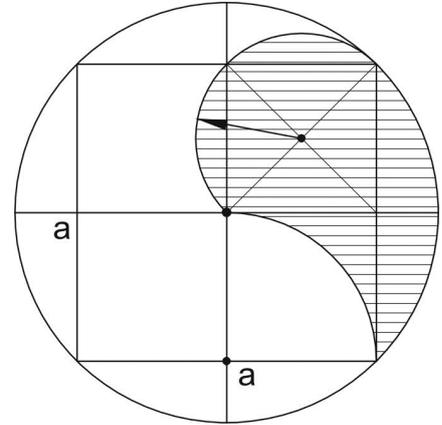
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

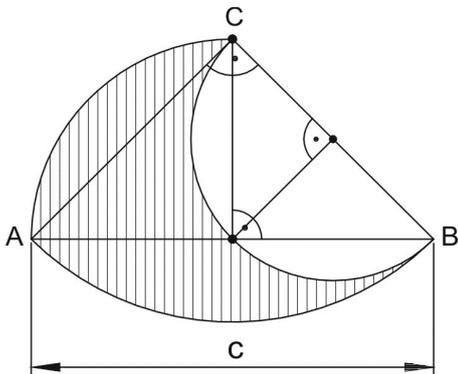
66. Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



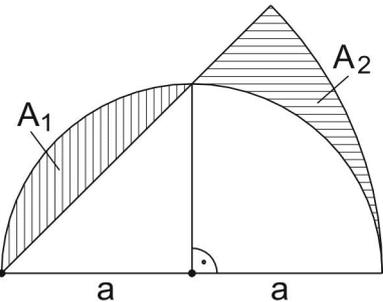
67. Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



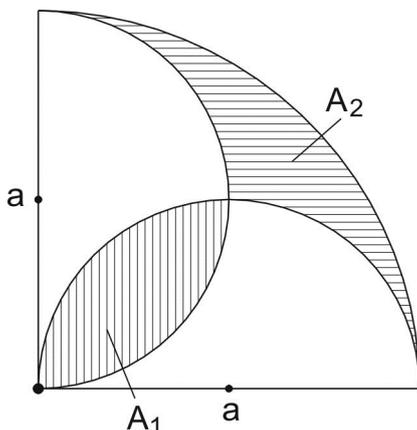
68. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $c$ .



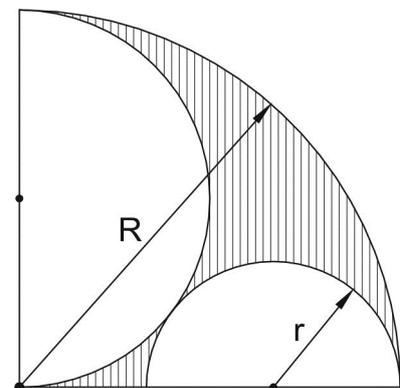
69. Zeige: Die beiden Flächenstücke  $A_1$  und  $A_2$  haben gleichen Inhalt.



70. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Flächen  $A_1$  und  $A_2$  in Abhängigkeit von  $a$ .



71. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $R$ .

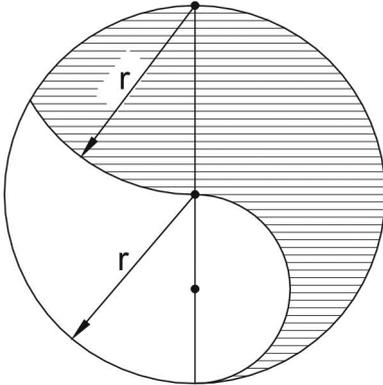


# Kreis und Kreisteile

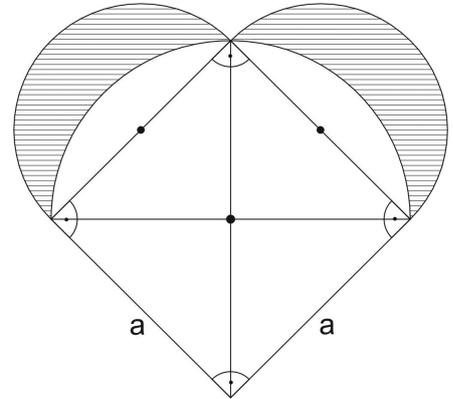
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

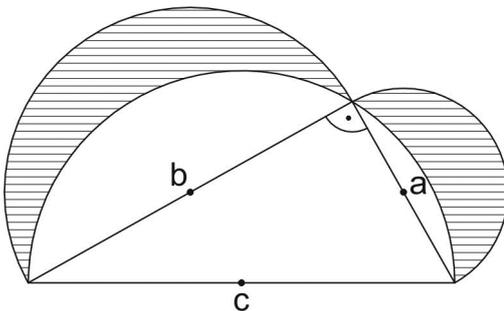
72. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $r$ .



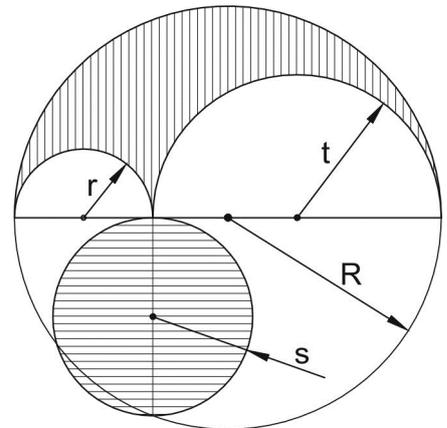
73. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



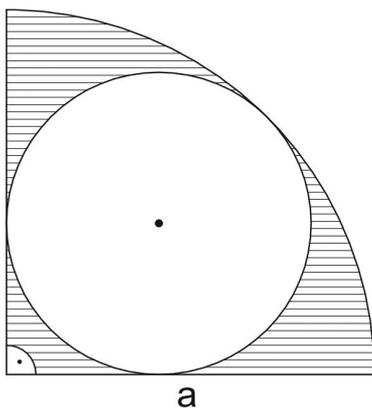
74. Die beiden sichelförmigen Mönchen über den Katheten haben zusammen denselben Inhalt wie das rechtwinklige Dreieck. Zeige dies.



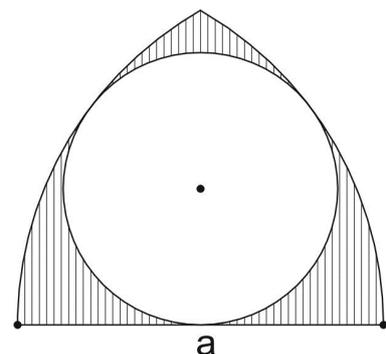
75. Die von drei Halbkreisen begrenzte Fläche (Schustermesser des Archimedes) hat denselben Inhalt wie die Kreisfläche. Zeige dies.



76. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



77. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .

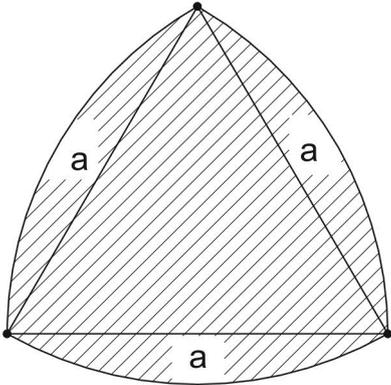


# Kreis und Kreisteile

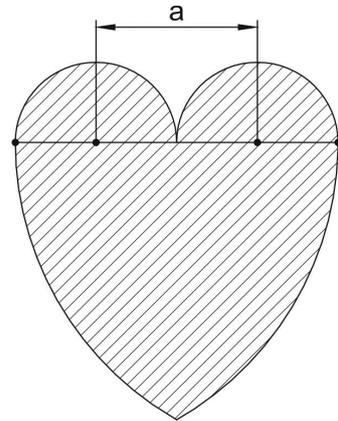
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

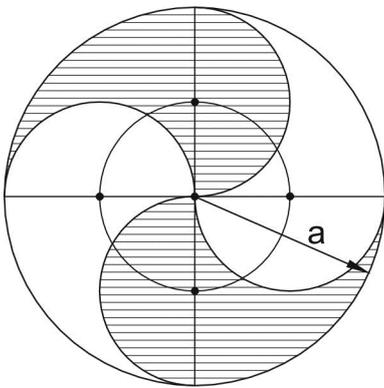
78. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



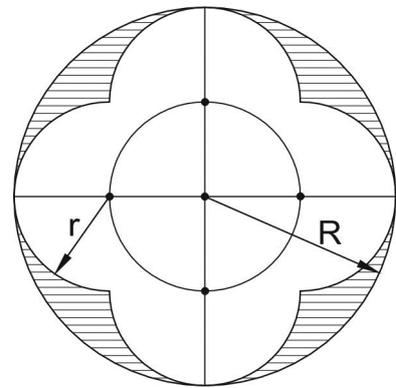
79. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



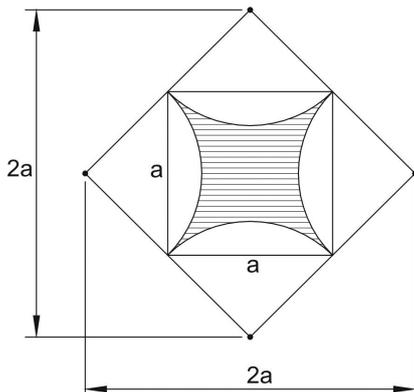
80. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



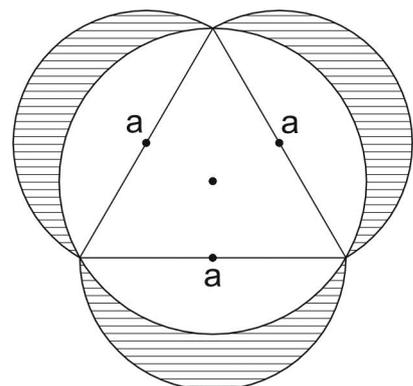
81. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



82. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



83. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .

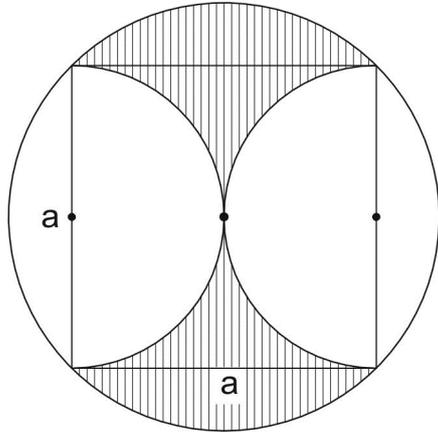


# Kreis und Kreisteile

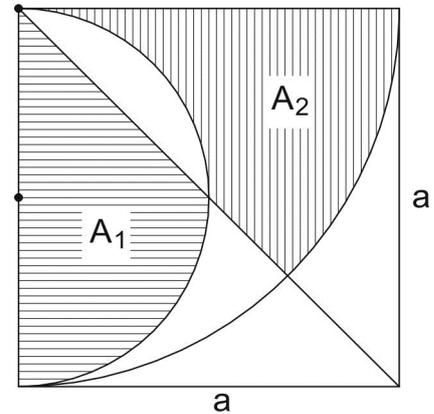
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

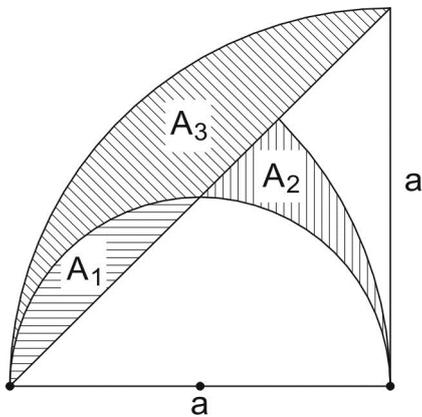
84. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



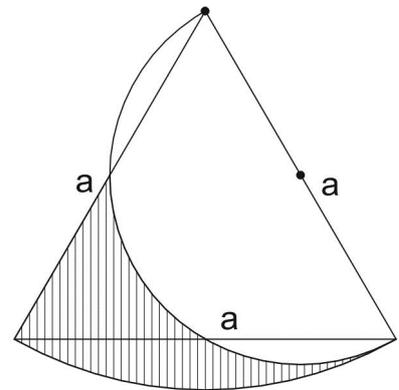
85. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Flächen  $A_1$  und  $A_2$  in Abhängigkeit von  $a$ .



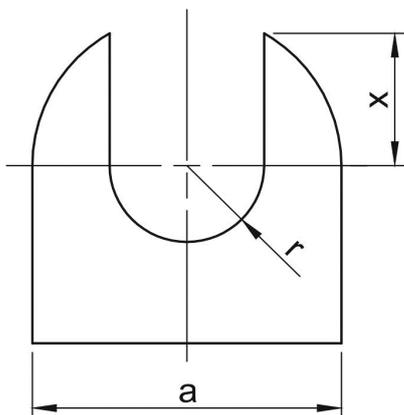
86. Bestimme jeweils den Inhalt der schraffierten Flächen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  und den Umfang der Figur in Abhängigkeit von  $a$ .



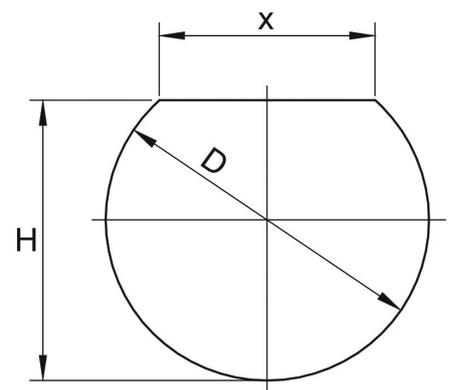
87. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ . ( $\triangle ABC$  ist gleichseitig)



88. Bestimme  $x$  in Abhängigkeit von  $a$  und  $r$ .



89. Bestimme  $H$  in Abhängigkeit von  $D$  und  $x$ .

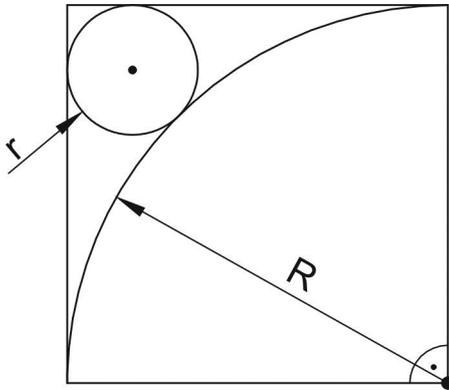


# Kreis und Kreisteile

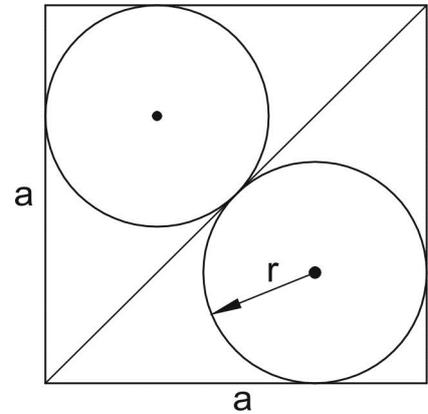
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

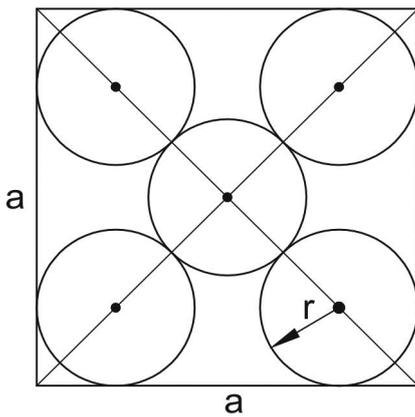
90. Bestimme  $r$  in Abhängigkeit von  $R$ .



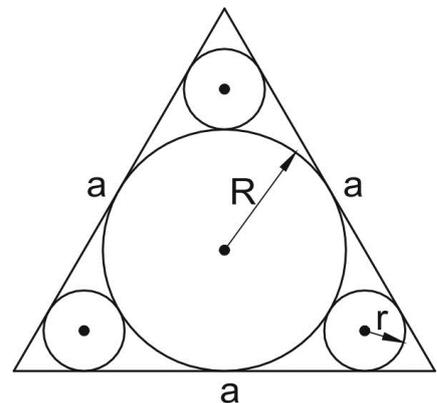
91. Bestimme  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .



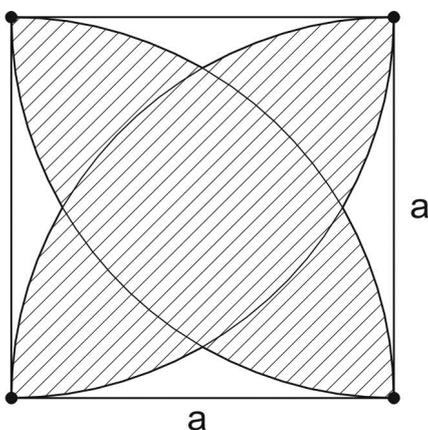
92. Bestimme  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .



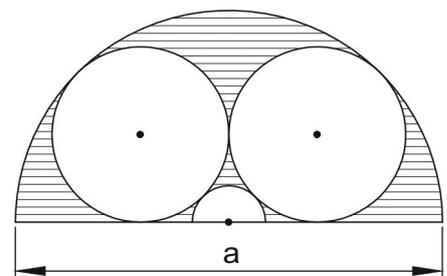
93. Bestimme  $R$  und  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .



94. Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



95. Berechne die Radien der drei inneren Kreise bzw. Kreisbögen in Abhängigkeit von  $a$ . Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .

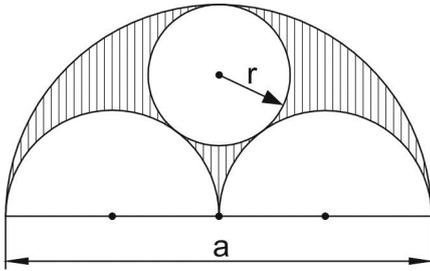


# Kreis und Kreisteile

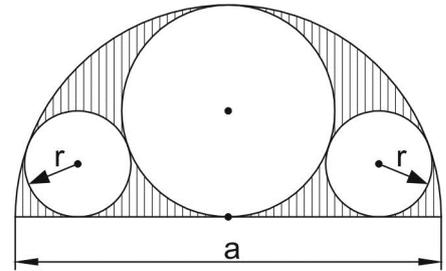
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

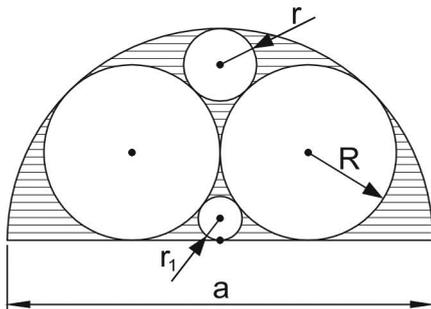
96. Berechne den Radius  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



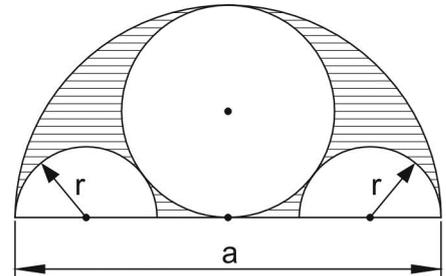
97. Berechne den Radius  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



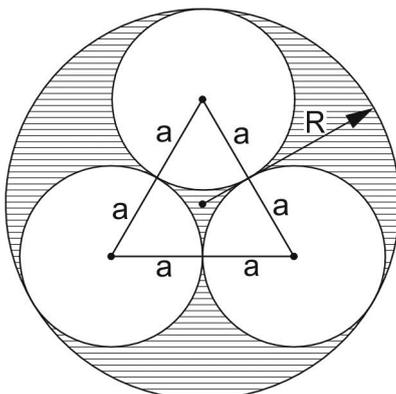
98. Berechne die Radien  $R$ ,  $r$  und  $r_1$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



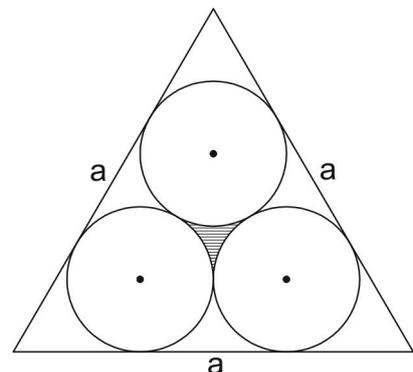
99. Berechne den Radius  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



100. Berechne den Radius  $R$  des großen Kreises in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



101. Berechne den Kreisradius in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .

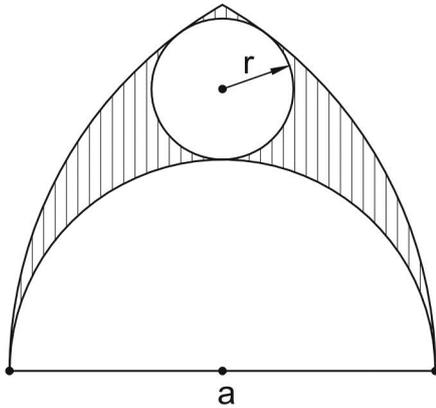


# Kreis und Kreisteile

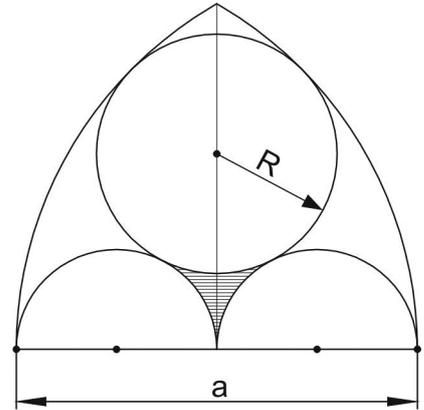
Klassen 9 / 10

## - Aufgaben Teil 2 -

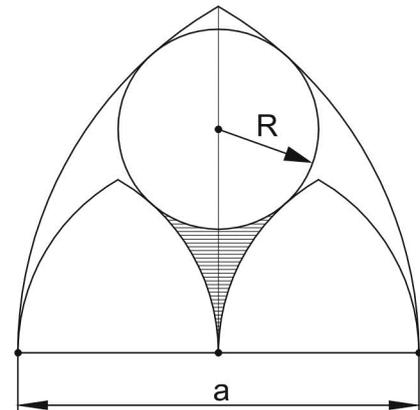
- 102.** Bestimme den Radius  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



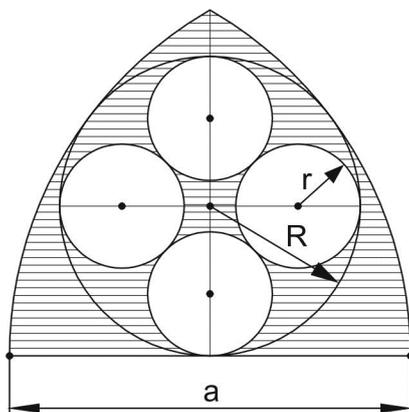
- 103.** Berechne den Radius  $R$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



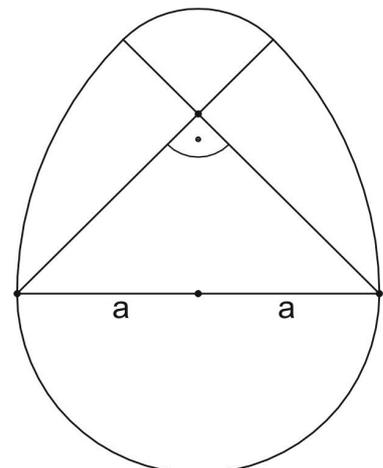
- 104.** Berechne den Radius  $R$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



- 105.** Berechne die Radien  $R$  und  $r$  in Abhängigkeit von  $a$ .  
Bestimme den Inhalt der schraffierten Fläche in Abhängigkeit von  $a$ .



- 106.** Berechne den Umfang und den Flächeninhalt der eiförmigen Figur in Abhängigkeit von  $a$ .

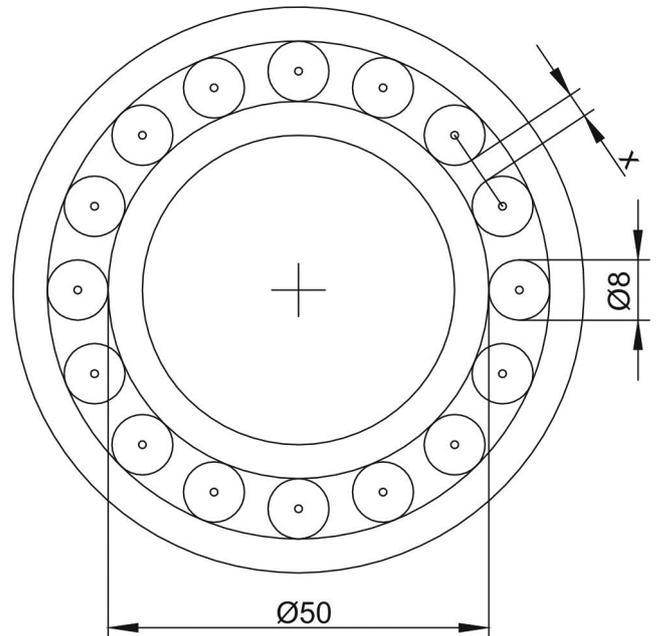


**Kreis und Kreisteile**

Klassen 9 / 10

**- Aufgaben Teil 2 -**

- 107.** Nebenstehende Abbildung zeigt ein Rollenlager. Das Lager besteht aus einem inneren Ring und einem äußeren Ring. Dazwischen sind 16 Rollen gleicher Größe regelmäßig angeordnet. Wie groß ist der Abstand  $x$  zwischen zwei Rollen? Berechne zuerst allgemein, anschließend mit den gegebenen Zahlenwerten.



# Kreis, -Sektor, -Segment (Fläche, Umfang, Bogenlänge)

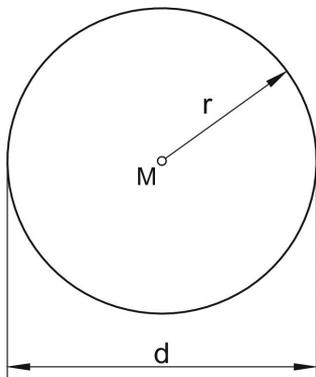
## 1. Definitionen

Es werden u.a. folgende Symbole verwendet:

|   |                            |           |                      |
|---|----------------------------|-----------|----------------------|
| r | Kreisradius                | $\varphi$ | Sektorwinkel in Grad |
| d | Kreisdurchmesser           | x         | Sektorwinkel in rad  |
| s | Sehnenlänge                |           |                      |
| h | Segmenthöhe / Dreieckshöhe |           |                      |

## 2. Formeln

### Kreis



Fläche

$$A = r^2 \pi$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

Umfang

$$U = 2 \pi r$$

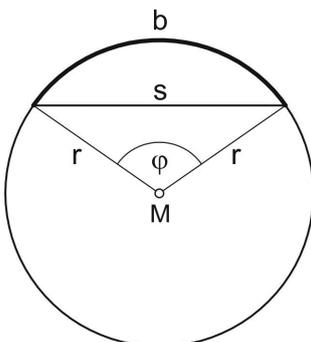
$$U = d \pi$$

Kreisradius

$$r = \frac{U}{2 \pi}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

### Bogenlänge / Sehnenlänge



Bogenlänge

$$b = 2 r \pi \frac{\varphi}{360^\circ}$$

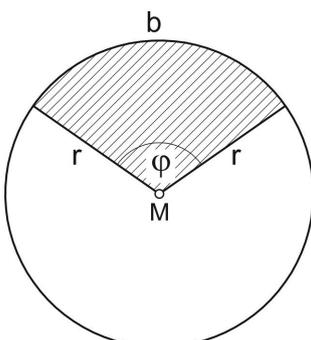
$$b = r \pi \frac{\varphi}{180^\circ}$$

$$b = U \frac{\varphi}{360^\circ}$$

Sehnenlänge

$$s = 2 r \sin \frac{\varphi}{2}$$

### Kreisausschnitt - Kreissektor



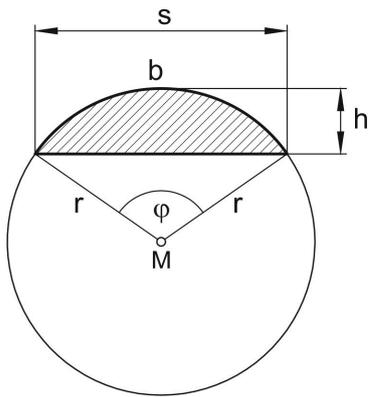
Fläche

$$A = r^2 \pi \frac{\varphi}{360^\circ}$$

$$A = \frac{b r}{2}$$

# Kreis, -Sektor, -Segment (Fläche, Umfang, Bogenlänge)

## Kreisabschnitt - Kreissegment



Fläche

$$A = \frac{r^2}{2} \left( \pi \frac{\varphi}{180^\circ} - \sin \varphi \right)$$

$$A = \frac{1}{2} \left( r^2 \pi \frac{\varphi}{180^\circ} - s(r-h) \right)$$

$$A = \frac{1}{2} [br - s(r-h)]$$

Kreisradius

$$r = \frac{s}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}$$

$$r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}$$

Sehnenlänge

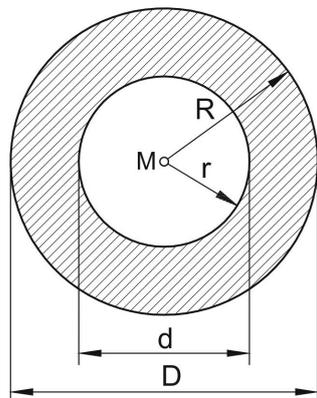
$$s = 2r \sin \frac{\varphi}{2}$$

$$s = 2\sqrt{h(2r-h)}$$

Segmenthöhe

$$h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - s^2}$$

## Kreisring



Fläche

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

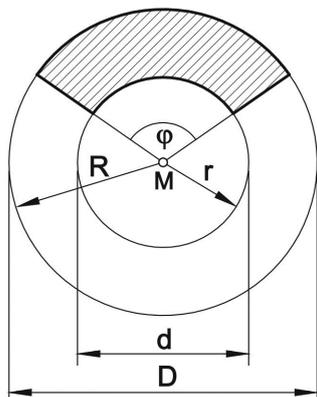
Außendurchmesser

$$D = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d^2}$$

Innendurchmesser

$$d = \sqrt{D^2 - \frac{4A}{\pi}}$$

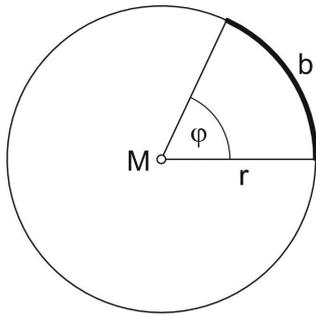
## Kreisringausschnitt



Fläche

$$A = \pi(R^2 - r^2) \frac{\varphi}{360^\circ}$$

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) \frac{\varphi}{360^\circ}$$

**Kreis, -Sektor, -Segment (Fläche, Umfang, Bogenlänge)****Umrechnung / Definition Gradmaß (°) ⇔ Bogenmaß (rad)**

Die Länge des Kreisbogens ist:  $b = 2 r \pi \frac{\varphi}{360^\circ}$

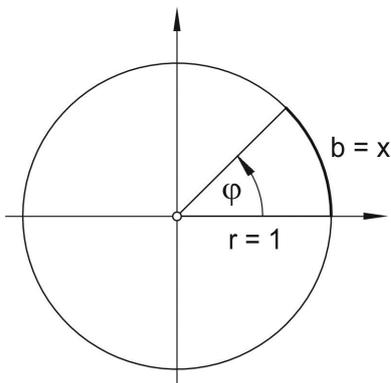
umgeformt ergibt sich:  $\frac{b}{r} = \frac{\pi \varphi}{180^\circ}$

Das zu einem Winkel  $\varphi$  gehörende Verhältnis  $b : r$ , nennt man Bogenmaß  $x$  des Winkels  $\varphi$

$x = \frac{b}{r} = \frac{\pi \varphi}{180^\circ}$  mit der Einheit 1 Radiant (1 rad)

Hat der Kreisradius  $r$  die Länge 1 (Einheitskreis), so ist die Länge des Kreisbogens  $b$  das Bogenmaß  $x$  des Winkels  $\varphi$

$b = x$  (für  $r = 1$ )



Wird ein Winkel im Bogenmaß angegeben, so wird dieser Winkel mit  $\text{arc } \varphi$  oder  $x$  bezeichnet, z.B.:

$x = 2,3$  oder  $\text{arc } \varphi = \pi/2$

In Schulbüchern ist auch folgende Angabe zu lesen:

$\alpha = 3$  oder  $\varphi = 3\pi$

bedeutet, die Winkelgröße ist im Bogenmaß angegeben

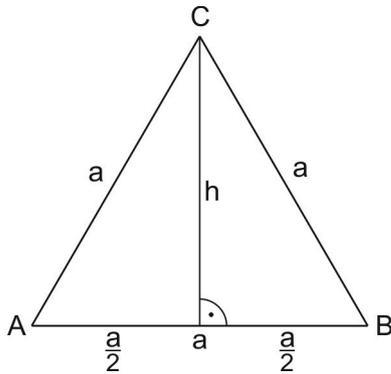
**Umrechnungen:**

$$\varphi^\circ = \frac{x \cdot 180^\circ}{\pi} \approx 57,29578^\circ \cdot x$$

$$x = \frac{\varphi^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \approx 0,01745 \cdot \varphi^\circ$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,29578^\circ$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} \approx 0,01745 \text{ rad}$$

**Kreis, -Sektor, -Segment (Fläche, Umfang, Bogenlänge)****Gleichseitiges Dreieck**

Fläche :

$$A = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

$$\underline{A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}}$$

Pythagoras :

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3}{4}a^2}$$

$$\underline{h = \frac{a}{2}\sqrt{3}}$$